LE JOURNAL DE PHYSIQUE
ET
LE RADIUM

ÉTUDE DE LA TRANSITION γ DE 350 keV ACCOMPAGNANT L'ÉMISSION $\mathrm{Ac}\,C \xrightarrow{\alpha} \mathrm{Ac}\,C''$

Par P. FALK-VAIRANT, J. TEILLAC et C. VICTOR,
Laboratoire Curie, Institut du Radium.

Sommaire. — On étudie les coïncidences α-électron de conversion dans Ac C à l'aide d'un compteur proportionnel et d'un compteur Geiger à fenêtre mince. La valeur obtenue de $3{,}0 \pm 0{,}3$ électrons de conversion par 100 désintégrations, les données récentes de la structure fine α et une nouvelle mesure du rapport $\frac{N_{eK}}{N_{eL}}$ permettent de calculer le coefficient de conversion relatif à la couche K : $\alpha_K = 0{,}18 \pm 0{,}03$. La comparaison avec les résultats théoriques montre que cette transition est probablement constituée par un mélange de dipôle magnétique et de quadripôle électrique. On discute les valeurs de spin possibles pour l'état excité et l'état fondamental.

1. Introduction. — Il existe peu de travaux sur les rayonnements γ du dépôt actif de l'actinon; les renseignements les plus précis proviennent de l'étude des électrons de conversion par spectrographie magnétique [1] et de la structure fine des rayons α de l'AcC [2]. La figure 1 (¹) donne le schéma de désintégration dans lequel on a négligé l'embranchement β de l'AcC dont l'intensité est 2 pour 1000 [1].

L'étude directe des rayonnements γ n'a été effectuée jusqu'ici que par la méthode d'absorption [3, 4].

Li [5] a déterminé, à l'aide d'un spectrographe semi-circulaire, l'intensité relative de la raie de conversion dans la couche K du γ de 350 keV de l'AcC, en la comparant à la raie F du ThB. En prenant la nouvelle détermination [6] de l'intensité absolue de la raie F, on trouve, pour le coefficient de conversion, $\alpha_K = 0{,}13$.

La comparaison de cette valeur avec les calculs théoriques récents de Rose et ses collaborateurs [7] montre que ce rayonnement est probablement un octupole électrique E (3) (²) (*fig.* 2).

Il est intéressant de rapprocher de ce rayonnement les rayonnements γ de 425 et 829 keV de l'AcB auxquels les données expérimentales déjà citées conduisent à attribuer une polarité E (3) (*fig.* 2).

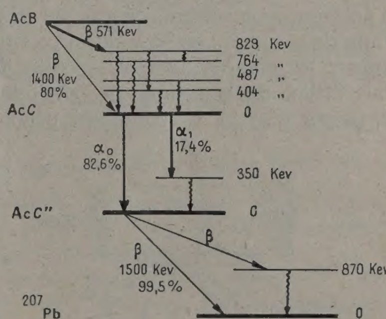


Fig. 1.

L'un de nous [8] a déjà fait remarquer qu'il était difficile d'admettre l'existence de rayonnements E(3) entre ces niveaux et qu'ils pouvaient être constitués, en réalité, par un mélange M (1) + E (2). La théorie actuelle de l'émission γ considère cependant que les mélanges M (l) + E (l + 1) sont des exceptions et un seul cas semble avoir été établi expérimentalement avec certitude : il s'agit du γ de 279 keV du ^{203}Tl.

Nous avons entrepris dans ce premier travail,

(¹) L'intensité des raies de structure fine donnée dans la figure 1 résulte de travaux plus récents non publiés; elle nous a été communiquée par M. S. Rosenblum que nous remercions bien vivement.

(²) Nous désignerons dans la suite par E (l) ou M (l) un 2^l pôle électrique ou magnétique.

l'étude du γ de 350 keV accompagnant l'émission $AcC \xrightarrow{\alpha} AcC''$ pour lequel on connaît, avec précision, le nombre d'états excités (17,4 par 100 désintégrations) par l'étude de la structure fine α.

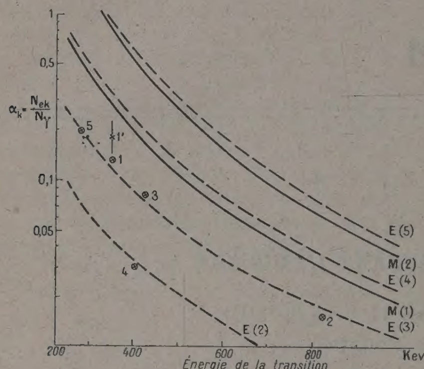


Fig. 2. — Courbes théoriques donnant le coefficient de conversion α_K dans la couche K.

On désigne par $E(l)$ ou $M(l)$ un 2^l pôle électrique ou magnétique.

Les points sont relatifs :

1, γ de 350 kV de l'Ac C'' (ancienne valeur);
1', γ de 350 kV de l'Ac C'' (présent travail);
2, 3, 4, γ de 829, 425 et 404 kV de Ac C;
5, γ de 279 kV du ^{203}Tl.

2. **Dispositif expérimental**. — Nous avons étudié les coïncidences entre les α et les électrons de conversion. La source était constituée par le dépôt actif de l'actinon en équilibre, déposé sur des feuilles d'aluminium de 0,17 mg : cm² ou d'or de 0,2 mg : cm². Pour éliminer les coïncidences $\beta - e$ dues à l'AcB, nous avons utilisé un compteur proportionnel et un compteur Geiger (*fig.* 3). Le compteur proportionnel

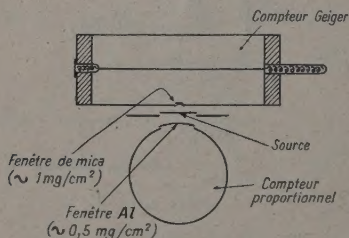


Fig. 3.

était relié à un amplificateur dont le gain était tel que seules les impulsions produites par les rayons α déclanchaient l'amplificateur à coïncidences : de cette façon, on ne comptait que les α. On s'assurait aisément qu'il en était ainsi en vérifiant que le rapport entre le nombre de coups comptés par le compteur proportionnel et une chambre d'ionisation à comptage individuel était le même pour les sources de Po purifié, de RaD en équilibre ou de dépôt actif de An. Le compteur proportionnel constitué par un cylindre de 2,5 cm de diamètre était rempli d'un mélange à la pression atmosphérique de 10 pour 100 de CO_2 et d'argon commercial. On obtenait pour les α un palier de 450 V dont la pente était ≤ 1 pour 100.

Le compteur Geiger, en laiton, présentait une fenêtre mince en mica ($\sim$ 1 mg : cm²) face à la région centrale du fil. Il était placé à environ 0,5 mm de la source.

Nous nous sommes assurés que l'amplificateur du compteur proportionnel n'introduisait pas de retard et nous avons vérifié que le taux de coïncidences fortuites était le même qu'avec deux compteurs Geiger.

Si N représente le nombre de désintégrations d'AcC, le nombre d'impulsions enregistrées par le compteur proportionnel est $N_\alpha = Nk_\alpha$, où k_α est la probabilité de détecter une particule α. Dans le compteur Geiger, les impulsions sont produites non seulement par les électrons de conversion et les α de l'AcC mais aussi par tous les rayonnements de l'AcB et de l'AcC''; cependant, comme les coïncidences, en dehors des coïncidences fortuites ne peuvent se produire qu'entre les α ayant pénétré dans le compteur proportionnel et les électrons de conversion, on écrira

$$N_{\text{Geiger}} = Npk_e + \mathfrak{N} \qquad \text{et} \qquad N_c = Nk_\alpha pk_e$$

(déduction faite du mouvement propre et des coïncidences fortuites); où p est le nombre d'électrons de conversion par désintégration dont la probabilité d'être détecté est k_e et où $\mathfrak{N}$ représente tous les autres rayonnements.

k_e et k_α sont de la forme $\omega\varepsilon\, t$; ω étant l'angle solide de détectoin; ε, l'efficacité du compteur (admise égale à 1); t, le facteur de transmission des différents absorbants placés entre la source et le compteur.

De la variation du rapport $\frac{N_c}{N_\alpha} = pk_e$ en fonction de l'épaisseur des absorbants placés entre la source et le compteur Geiger on pourra déduire l'absorption des électrons de conversion et obtenir la valeur de p en extrapolant la courbe pour l'absorbant O, connaissant l'angle solide ω du compteur Geiger.

3. **Résultats expérimentaux**. — Les figures 4 et 5 donnent la variation de pk_e en fonction de l'épaisseur et de la nature des écrans utilisés. Les électrons de conversion extraits des couches K et L ont des énergies respectivement égales à 265 et 335 keV. Ces électrons sont complètement absorbés par 66 et 96 mg : cm² d'après les relations parcours-énergie [9]. Nos courbes ne sont pas incompatibles avec ces chiffres si l'on admet qu'au delà de 100 mg : cm les coïncidences sont dues aux rayonnements γ (ou X) comme le suggère, sur la figure 5, une efficacité plus grande dans Au que dans Al.

Quoique ces courbes soient sensiblement différentes pour Au et Al, nous pensons qu'il s'agit cependant de coïncidences $\alpha - e$; cette différence étant attribuable à la diffusion en arrière (backscattering) comme nous l'avons déjà constaté pour Io et Ra*D* [10, 11].

A l'origine, lorsque le facteur de transmission t peut être pris égal à 1, on trouve, pour

$$pk_e = p\,\omega_e = 0,82 \pm 0,05\,.\,10^{-2};$$

ω_e a été déterminé à l'aide d'une source de Po [10] $[\omega_e = (0,56 \pm 0,03)\,2\pi]$. On en déduit

$$p = 3,0 \pm 0,3\,.\,10^{-2}$$

électrons de conversion par désintégration.

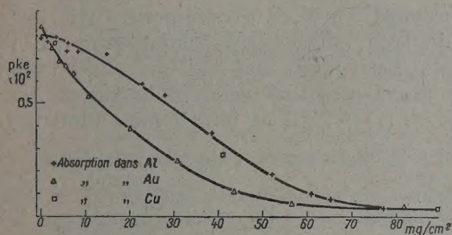


Fig. 4.

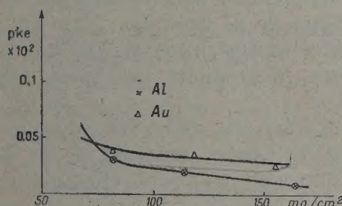


Fig. 5.

On calcule que le coefficient de conversion est

$$(\alpha)_{\text{total}} = 0,21 \pm 0,03.$$

Il est nécessaire, pour obtenir le coefficient de conversion relatif à la couche K, de connaître le rapport du nombre d'électrons extraits de la couche K au nombre d'électrons extraits de la couche L. Ce rapport a été mesuré deux fois à l'aide d'un spectrographe semi-circulaire : d'abord par Surugue [1] $\left[\frac{N_{eK}}{N_{eL}} = 2,5\right]$, à partir du noircissement produit sur une plaque photographique et, plus récemment, par Falk-Vairant [12] avec un compteur Geiger $\left(\frac{N_{eK}}{N_{eL}} \simeq 5,5\right)$. Ces deux valeurs, quoique très différentes, conduisent respectivement à $\alpha = 0,15$ et $\alpha_K = 0,18$; nous admettrons la valeur

$$\alpha_K = 0,18 \pm 0,03.$$

4. Discussion. — Nous pensons que la valeur de α_K ainsi obtenue est une limite supérieure pour les raisons suivantes :

une faible fraction des coïncidences est due aux γ ou aux rayonnements X; mais les coïncidences obtenues au delà de 100 mg : cm² permettent de penser que cet effet est de l'ordre de grandeur des erreurs expérimentales;

nous avons choisi pour $\frac{N_{eK}}{N_{eL}}$ la valeur la plus grande;

nous avons négligé la contribution des couches plus externes que la couche L et celle des électrons Auger dus au réarrangement de la couche K.

On remarque sur la figure 2 que notre valeur, sensiblement différente de celle obtenue par Li, ne se place sur aucune courbe théorique; les calculs donnent en effet :

$$\left.\begin{aligned} \alpha_K &= 0,045 \text{ pour } E\,(2) \\ &= 0,11 \quad \text{»} \quad E\,(3) \\ &= 0,28 \quad \text{»} \quad M\,(1) \end{aligned}\right\} \text{Valeur expérimentale } 0,18 \pm 0,03,$$

D'autre part, les courbes empiriques du rapport $\frac{N_{eK}}{N_{eL}}$ [12] conduisent à

$$\left.\begin{aligned} \frac{N_{eK}}{N_{eL}} &= 1,75 \text{ pour } E\,(2) \\ &= 0,75 \quad \text{»} \quad E\,(3) \\ &= 7,5 \quad \text{»} \quad M\,(1) \end{aligned}\right\} \text{Valeur expérimentale } 5,5.$$

On peut calculer, de plus, que la période de l'état excité pour un rayonnement $E\,(3)$ est environ 10^{-4} s [14], tandis que l'observation des coïncidences (le temps de résolution de notre appareil à coïncidences étant $3\,.\,10^{-7}$ s), montre que cette période est inférieure ou de l'ordre de $3\,.\,10^{-7}$ s.

Enfin, un rayonnement $E\,(3)$ donnerait un rapport $\frac{N_{eK}}{N_{eL}} = 0,75$ beaucoup plus petit que la valeur expérimentale (*voir* ci-dessus), il nous semble donc possible, pour ces deux raisons, d'exclure la possibilité d'un rayonnement $E\,(3)$.

Nous en concluons que la transition γ de 350 keV de l'AcC'' est, soit un rayonnement $M\,(1)$, soit un mélange $M\,(1) + E\,(2)$.

Dans ces deux possibilités, la transition de spin est $\Delta J = 0$ ou 1 sans changement de parité.

On sait, par ailleurs, que ^{207}Pb a le spin $\frac{1}{2}$ et que, vraisemblablement, la désintégration Ac$C'' \xrightarrow{\beta} {}^{207}$Pb est une transition permise ou une fois interdite [15]; le spin de l'AcC'' dans son état fondamental est donc $\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$. On est alors conduit à faire deux hypothèses sur l'état excité (*fig.* 6).

On peut remarquer cependant que :

si l'on admet le mélange $M\,(1) + E\,(2)$, on doit

exclure la valeur $J_i = J_f = \frac{1}{2}$ puisque l'on doit avoir $J_i + J_f \geq 2$;

le spin de ${}^{207}_{81}\mathrm{Ac}C''^{126}$, dont le noyau est constitué par 81 protons et 126 neutrons est probablement dû au proton célibataire; or, pour les isotopes ${}^{203}_{81}\mathrm{Tl}^{122}$ et ${}^{205}_{81}\mathrm{Tl}^{124}$ qui comprennent aussi un nombre pair de neutrons, on a trouvé le spin $\frac{1}{2}$.

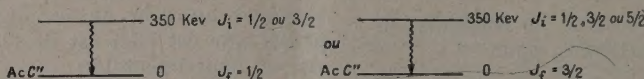


Fig. 6.

Nous proposons donc, pour la désintégration, le schéma donné par la figure 7.

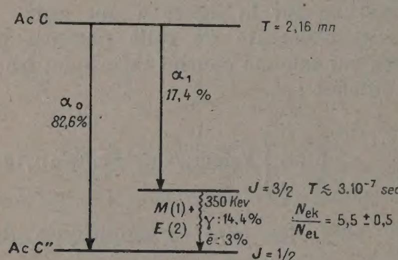


Fig. 7.

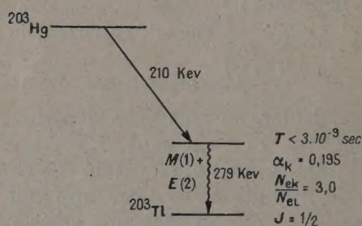


Fig. 8.

Il est intéressant de comparer cette transition à la transition γ de 279 keV de ${}^{203}\mathrm{Tl}$ pour laquelle on a conclu aussi à un mélange $M(1) + E(2)$ [13]. La figure 8 résume les résultats obtenus.

Conclusion. — Nous avons montré que la transition de spin entre l'état fondamental de l'état excité de AcC'' était $\Delta J = 0$ ou 1, le rayonnement γ étant constitué vraisemblablement par un mélange $M(1) + E(2)$ et nous avons admis que le spin de l'AcC'' dans son état fondamental était $J = \frac{1}{2}$.

Rappelons qu'actuellement la théorie de l'émission γ considère ces mélanges comme des cas exceptionnels [14].

Nous tenons à remercier le Professeur I. Joliot-Curie pour les conseils bienveillants qu'elle nous a donnés au cours de ce travail.

Nous remercions également M. M. Valadarès pour les nombreuses discussions que nous avons eues avec lui.

Enfin, c'est grâce aux allocations qui nous ont été accordées par le Centre national de la Recherche scientifique que nous avons pu effectuer ce travail.

Manuscrit reçu le 19 février 1952.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Surugue J. — *Thèse*, Paris, 1936; *J. Physique Rad.*, 1946, **7**, 145.

[2] Rutherford E. et Wynn-Williams. — *Proc. Roy. Soc.*, 1931, **133**, 351. — Curie M. et Rosenblum S. — *C. R. Acad. Sc.*, 1933, **196**, 1598.

[3] Curie M. et Savel P. — *J. Physique Rad.*, 1933, **4**, 457.

[4] de Benedetti S. — *J. Physique Rad.*, 1933, **10**, 294.

[5] Li K. T. — *Proc. Roy. Soc.*, 1937, **158**, 571.

[6] Martin D. G. E. et Richardson H. O. W. — *Proc. Roy. Soc.*, 1948, **195**, 287.

[7] Rose M. E., Goertzel G. H., Spinrad B. I., Harr J. et Strong P. — *Phys. Rev.*, 1951, **83**, 79.

[8] Teillac J. — *Thèse*, Paris, 1951.

[9] Grégoire R. — Constantes sélectionnées de Physique nucléaire, Hermann, Paris.

[10] Falk-Vairant P. et Teillac J. — *J. Physique Rad.*, 1951, **12**, 659.

[11] Teillac J., Falk-Vairant P. et Victor C. — *J. Physique Rad.*, 1952, **13** (sous presse).

[12] Falk-Vairant P. (à paraître).

[13] Goldhaber M. et Sunyar A. W. — *Phys. Rev.*, 1951, **83**, 906.

[14] Weisskopf V. F. — *Phys. Rev.*, 1951, **83**, 1073.

[15] Feingold A. M. — *Rev. Mod. Phys.*, 1951, **23**, 10. et Mayer M.G. et al. — *Rev. Mod. Phys.*, 1951, **23**, 315.

[16] *Voir* bibliographie : Wilson H. H. et Curran S. C. — *Phil. Mag.*, 1951, **42**, 762.

LIBRES PARCOURS DES ÉLECTRONS DANS LES CRISTAUX, EFFETS D'ÉLECTROLUMINESCENCE ET PHÉNOMÈNES DE RUPTURE DIÉLECTRIQUE

Par DANIEL CURIE.

Laboratoire de Luminescence (P. C. B.), Faculté des Sciences de Paris.

Sommaire. — Dans la 1re partie, après avoir rappelé comment les expériences de Gudden et Pohl sur la saturation du courant photoélectrique primaire permettent de déterminer le libre parcours λ avant capture de l'électron par un piège, on en déduit les sections efficaces σ des pièges dans le cas des cristaux phosphorescents; en ce cas, en effet, les mesures de phosphorescence fournissent la densité δ des pièges, et l'on peut calculer σ par application de la relation générale $\lambda = \frac{1}{\sigma\delta}$. On trouve $\sigma \sim 10^{-18}\,\text{cm}^2$, soit 10 000 fois plus faibles que les sections géométriques des pièges.

Les phénomènes d'électrophotoluminescence (effet Gudden et Pohl) et d'électroluminescence pure (effet Destriau) conduisent aux sections efficaces σ' d'excitation des pièges et des centres (2e partie). Ces σ' sont un million de fois plus grandes que les σ de capture ci-dessus. Une interprétation possible des valeurs de σ et σ' est proposée, sur la base d'une théorie de la photoconductibilité de Mott légèrement modifiée.

Dans la 3e partie, on constate une analogie entre le mécanisme proposé pour l'accélération des électrons en électroluminescence et le mécanisme généralement admis, à la suite des travaux de von Hippel, pour la rupture des diélectriques. On compare la théorie de Fröhlich, qui attribue la rupture à l'accélération des électrons ayant déjà quelques électronvolts, et celle de Seeger et Teller qui fait intervenir l'accélération d'électrons d'énergies thermiques. La conception de Fröhlich semble s'appliquer d'une manière plus satisfaisante à la rupture, mais l'étude de l'accélération des électrons encore lents effectuée par Seeger et Teller est susceptible d'être utilisée dans le domaine de l'électroluminescence.

1. Libres parcours des électrons et sections efficaces des pièges. — Suivant le point de vue auquel ils se sont placés, les différents auteurs ont été amenés à désigner sous le même nom de « libres parcours » des quantités en réalité très différentes. En particulier, il faut bien distinguer entre le parcours (rectiligne) avant diffusion par les vibrations thermiques du cristal, que nous désignerons par l, le parcours total (sinueux) avant capture par un piège que nous noterons λ, et sa projection ϖ dans la direction du champ.

1.1. Détermination du libre parcours λ par l'étude de la saturation du courant photoélectrique primaire. — Gudden, Hilsch et Pohl (*voir* les articles d'ensemble [1]) ont caractérisé le courant primaire par les propriétés suivantes : le courant primaire est dû aux électrons libérés par l'irradiation à partir des centres (F ou luminogènes); ces électrons peuvent ensuite être capturés. Quand l'éclairement cesse, le courant s'annule brusquement.

Ils l'opposent au courant secondaire qui n'apparaît que progressivement avec le temps. Ce dernier peut être dû à plusieurs causes : libération par activation thermique des électrons capturés, effets de charges d'espace permettant à des électrons de pénétrer dans le cristal par la cathode.

Ces divers effets ont été discutés dans les Livres classiques de Mott [2] et Seitz [3]. A la température ordinaire, ou éventuellement un peu plus basse, on n'observe pratiquement que le courant primaire.

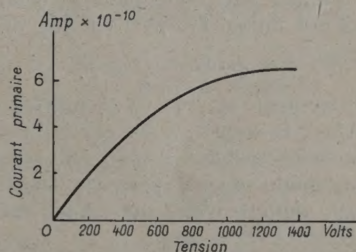


Fig. 1. — Saturation du courant primaire avec la tension dans la blende (Gudden et Pohl [4]).

Lorsque le champ appliqué E croît, le courant primaire i_p tend vers une saturation, atteinte lorsque les électrons parviennent à l'anode sans être capturés (*fig.* 1). La valeur E du champ donnant la saturation s'obtient en écrivant que le libre parcours ϖ dans la direction du champ est égal à la distance d des électrodes.

Les électrons sont diffusés par les ondes d'agitation thermique : ils sont soumis à un mouvement brownien avec le libre parcours l. Quand ils ont

parcouru la distance λ, ils sont capturés. L'effet du champ étant de superposer à la vitesse v du mouvement brownien une vitesse μE (μ, mobilité), l'expression du parcours dans la direction du champ est

$$\varpi = \mu E \frac{\lambda}{v}. \tag{1}$$

Notons que l'établissement de cette formule implique que la vie $\frac{\lambda}{v}$ de l'électron avant capture n'est pas changée par la présence du champ. Cela signifie

$$\mu E \ll v \quad \text{ou} \quad \varpi \ll \lambda; \tag{2}$$

l'énergie d'accélération par le champ doit rester inférieure à l'énergie kT d'agitation thermique (1).

Si la condition (2) est vérifiée, on peut donc admettre que l'énergie ε de l'électron a pour valeur

$$\varepsilon = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} k T. \tag{3}$$

De plus, on a l'expression classique de la mobilité

$$\mu = \frac{el}{mv}. \tag{4}$$

Il suffit alors de connaître l, d et E pour déterminer λ.

Nous nous intéressons surtout ici aux *cristaux phosphorescents*. Pour un cristal de sulfure de zinc (blende) de $d = 1$ mm d'épaisseur, la saturation était obtenue pour une tension de 1 000 V [4]; donc $\varpi = 1$ mm pour $E = 10\,000$ V/cm.

Comme, d'autre part, des mesures d'effet Hall dans le ZnS ont donné $l \sim 10^{-7}$ cm [6], on calcule

$$\lambda \approx 10 \text{ cm} \quad (^2). \tag{5}$$

On a effectivement $\varpi \ll \lambda$, la condition (2) est satisfaite. Ainsi, la somme λ des parcours des mouvements browniens atteint 10 cm, soit 10^8 parcours de diffusion, tandis que le parcours total dans la direction du champ n'est que d'un millimètre.

1.2. DÉDUCTION DE LA DENSITÉ δ ET DES SECTIONS EFFICACES σ DES PIÈGES. — Les expériences de photoconductibilité ne suffisent pas à déterminer séparément δ et σ; mais on a la relation

$$\lambda = \frac{1}{\sigma\delta}. \tag{6}$$

Si, avec Seitz [7], l'on admet $\sigma \sim 10^{-16}$ cm², alors on aurait dans le ZnS, d'après les données numériques ci-dessus, $\delta \sim 10^{15}$ pièges par centimètre cube (2).

Seitz choisit cet ordre de grandeur pour σ parce que ce sont les valeurs des sections efficaces d'impuretés, telles qu'elles résultent des mesures de résistivité résiduelle des métaux non supraconducteurs aux températures très basses. Mais, observons dès maintenant qu'il s'agit là de σ de diffusion par ces impuretés, tandis que les σ intervenant dans (6) sont les σ de capture par les pièges, qui ne sont pas nécessairement du même ordre.

Ces valeurs paraissaient *a priori* raisonnables : les dimensions des pièges sont, en effet, de l'ordre des dizaines d'angströms et il est normal que σ soit plus petit que la section géométrique 10^{-14} cm².

Mais la valeur trouvée ici de δ, quoique améliorée par rapport à celle résultant du calcul de Seitz, paraît comme on va le voir environ 100 fois trop petite devant celles provenant de l'étude directe de la densité des pièges par mesure de la somme de lumière de phosphorescence.

C'est la constatation de ce désaccord qui nous avait amené à entreprendre cette discussion.

1.3. DÉTERMINATION DE δ EN PHOSPHORESCENCE. Les déterminations du nombre relatif de pièges des diverses profondeurs présents dans un corps phosphorescent sont relativement aisées; elles s'effectuent par la méthode des courbes de thermoluminescence [8], [9], [10] ou par interprétation analytique du déclin de la phosphorescence [11], [12], [13]. Mais les déterminations absolues du nombre total des pièges sont beaucoup plus délicates et en apparence assez contradictoires.

L'existence de l'excitation à saturation, due au remplissage des pièges, tandis que les centres sont encore susceptibles d'être excités, semble prouver que le nombre de pièges est nettement plus petit que le nombre des centres. Mais Randall et Wilkins [9] sont parvenus à la conclusion que ces nombres seraient du même ordre et même Lenard et Kuppenheim pour CaS (Bi) [11], Guntz pour ZnS (Cu) [14] ont trouvé que la somme de lumière émise durant la phosphorescence pouvait atteindre (pour de très faibles concentrations en luminogène) de 1 à 4 quanta par atome de luminogène.

Ces derniers résultats sont surprenants; on peut peut-être admettre (Pringsheim [15]) qu'un centre Bi serait excité plusieurs fois; on peut aussi considérer ces rendements supérieures à l'unité comme suspects, observant qu'il est nécessaire d'effectuer des corrections (dues à l'auto-absorption de la lumière émise par la couche phosphorescente) qui comportent

(1) Cependant, si l'on admet avec Mott [5] qu'il suffit que la longueur d'onde de de Broglie de l'électron soit supérieure aux dimensions du piège, la section efficace étant alors en $\frac{1}{v}$:

$$\frac{h}{mv} \approx 12{,}2 (\varepsilon_{eV})^{-\frac{1}{2}} > 10 \text{ Å},$$

on obtient la condition plus large que l'énergie ε de l'électron reste de l'ordre d'une fraction d'électronvolt.

(2) Il ne s'agit là que de calculs d'ordre de grandeur. Seitz, discutant les mêmes expériences [4], mais effectuant un choix de E et de l différent du nôtre, trouve $\lambda \sim$ du mètre, d'où δ encore dix fois plus petit.

l'introduction d'une « concentration théorique » en luminogène dix fois plus faible que la concentration réelle. Dans ces conditions, on peut seulement conclure que le rendement est de l'ordre de l'unité.

Nous proposons, pour concilier ces résultats, le point de vue suivant :

Il y aurait approximativement (dans un produit bien préparé) un centre par atome de luminogène, comme on semble l'admettre usuellement.

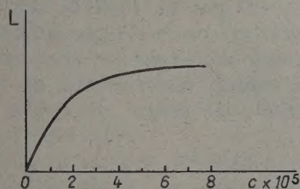


Fig. 2. — L (c) pour Ca S (Bi) (Lenard).
c en g Bi/g de sulfure. La concentration « normale » est 24.10^{-5} (Pringsheim [15], p. 591).

Les pièges seraient, aux très faibles concentrations (inférieures à 10^{-5}) en luminogène, en nombre au moins aussi grand que celui des centres; il s'agirait alors de pièges préexistant à l'introduction du luminogène.

Aux concentrations usuelles (de l'ordre ou supérieures à 10^{-4}), certains pièges ont bien été introduits dans le luminogène [16], [17], [18], mais en nombre inférieur ou voisin de celui des pièges préexistant; cela résulte de l'examen des aires des différents pics présentés par ces deux sortes de pièges sur la courbe de thermoluminescence. Le nombre des centres aurait augmenté plus rapidement et serait alors devenu environ décuple de celui des pièges.

On explique ainsi l'allure de la loi de variation de la somme de lumière L avec la concentration c en luminogène trouvée par Lenard (*fig.* 2) :

Ainsi, *aux très faibles concentrations, la somme de lumière serait limitée par le nombre de centres susceptibles d'être excités et aux concentrations usuelles par le nombre de pièges susceptibles d'être remplis.*

1.4. — Une concentration en luminogène de l'ordre de 10^{-4} g/g de sulfure correspond à 2.10^{18} centres par centimètre cube; la concentration en pièges serait donc :

$$\delta \approx 10^{17} \text{ pièges/cm}^3. \qquad (7)$$

Revenant à (6), nous sommes conduit à des sections efficaces de capture de

$$\sigma \approx 10^{-18} \text{ cm}^2, \qquad (8)$$

soit 100 fois plus faibles que celles admises *a priori* par Seitz et 10 000 *fois plus faibles que les sections géométriques des pièges.* Nous y reviendrons.

Il convient de noter qu'il ne s'agit ici, tant en phosphorescence qu'en photoconductibilité, que des pièges de vie supérieure à au moins une fraction de seconde. Un électron capturé par un piège très peu profond sera libéré assez tôt pour faire encore partie du courant primaire, alors que si le piège est profond, il contribuera au courant secondaire. Il y a donc un certain arbitraire dans le choix de δ qui n'est qu'une fraction du nombre total des pièges, mais c'est sensiblement la même fraction en phosphorescence et lors des phénomènes de saturation du courant photoélectrique primaire.

2. **Libres parcours résultant des effets d'électroluminescence.** — 2.1. L'effet Gudden et Pohl (phénomène d'*électrophotoluminescence*), consistant en un renforcement d'éclat d'un ZnS phosphorescent excité au préalable lorsque le sulfure est soumis à l'action d'un champ électrique suffisamment intense, peut s'interpréter en admettant que le champ E accélère les électrons dans la bande de conductibilité suivant un parcours ϖ' dans le sens du champ, leur communiquant ainsi une énergie

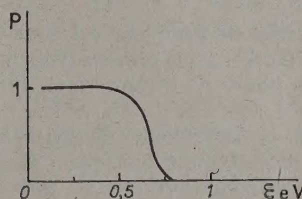


Fig. 3. — Efficacité de vidage des différents pièges par un champ électrique.

$\varepsilon_m = e E \varpi'$, ce qui leur permet de vider, du moins partiellement, les pièges de profondeur $\varepsilon < \varepsilon_m$ lors de l'application de ce champ.

J. Mattler et D. Curie [18], [19] ont étudié, en effectuant des surilluminations successives, la proportion P de pièges des diverses profondeurs ε que vide un champ E donné.

Les expériences, effectuées sur divers ZnS (Cu), ont montré qu'un champ électrique de 30000 V eff/cm vidait les pièges de profondeur inférieure à 0,75 eV. Prenant donc $\varepsilon_m = 0{,}75$ eV et $E = 30000\sqrt{2}$ V/cm, on trouve

$$\varpi' = 1{,}8.10^{-5} \text{ cm}.$$

2.2. L'effet Destriau (*électroluminescence pure*), consistant en l'excitation de la luminescence par les champs électriques alternatifs, peut s'interpréter d'une façon analogue : on considère que les électrons de la bande de conductibilité, accélérés sur un parcours ϖ'', acquièrent une énergie $e E \varpi''$

suffisante pour leur permettre d'exciter les centres de profondeur $h\nu = e E \varpi''$ [20].

Destriau a trouvé expérimentalement que l'éclat Φ est une fonction du champ E qui se laisse bien représenter par la relation

$$\Phi = A\,e^{-\frac{B}{E}} \qquad (A, B = \text{const.}). \tag{1}$$

Cette forme de loi s'interprète [21] en posant que si le libre parcours moyen dans le sens du champ est ϖ', la proportion d'électrons de libre parcours ϖ'' suffisant pour exciter les centres est $\exp\left(-\frac{\varpi''}{\varpi'}\right)$. On retrouve alors tout de suite le type de loi (1), avec

$$B = \frac{h\nu}{e\varpi'}. \tag{2}$$

La connaissance de B permet ainsi de calculer ϖ'. Pour différentes substances essayées, G. Destriau trouve ϖ' variant entre 10^{-6} et 5.10^{-5} cm.

2.3. — Ainsi *l'effet Gudden-Pohl et l'effet Destriau fournissent des valeurs concordantes du libre parcours moyen dans le sens du champ* :

$$\varpi' \approx 10^{-5}\ \text{cm}, \tag{3}$$

mais dont l'ordre de grandeur est tout à fait différent de celui ($\varpi \approx 1$ mm) obtenu d'après la conductibilité. Nous allons y revenir dans le paragraphe suivant.

Notons que le seuil d'effet Destriau semble déjà atteint pour des champs tels que l'énergie acquise le long d'un parcours moyen ϖ' soit environ *dix fois plus petite* que l'énergie $h\nu$ nécessaire pour exciter les centres; la proportion d'électrons capables de provoquer la luminescence (parcours ϖ'') est alors de e^{-10}, soit environ 1/20 000e, mais cette fraction semble suffisante du fait du grand nombre de centres existant et parce qu'il y a autant d'excitations que de demi-alternances.

Au contraire, pour provoquer l'effet Gudden-Pohl (vidage brusque de la quasi-totalité des pièges, la plupart étant vidés dès la première alternance), il faut pratiquement que tous les électrons accélérés aient acquis l'énergie ε égale à la profondeur du piège. C'est pourquoi le libre parcours intervenant dans 2.1 est le libre parcours moyen.

On s'explique par là ce fait, en apparence surprenant : tandis que les profondeurs des pièges sont de l'ordre de $\frac{1}{2}$ eV et celles des centres de 3 eV, il suffit de champs à peine plus forts, et non six fois plus forts, pour obtenir un bel effet Destriau que pour provoquer l'effet Gudden-Pohl.

2.4. — La question se pose maintenant de l'*interprétation de* ϖ'. Quoique le parcours d'un électron entre deux diffusions thermiques successives l augmente avec l'énergie de celui-ci, comme il est bien connu, ϖ' paraît trop grand pour être considéré comme égal à la valeur moyenne de l pour les électrons accélérés par le champ.

Une autre raison pour ne pas identifier ϖ' à l est que l'électron gagne 0,75 eV le long du parcours ϖ', pour ne perdre qu'un quantum d'agitation thermique 0,03 eV à la fin du parcours l : il serait donc accéléré indéfiniment, ce qui entraînerait la rupture du diélectrique (*voir* 3e partie). Or, celle-ci ne se produit en réalité que pour des champs de l'ordre de dix fois plus élevés.

Pour expliquer que la rupture n'ait pas lieu, il faut considérer ϖ' comme le parcours de l'électron avant perte totale d'énergie par choc sur un centre ou piège, soit donc *identifier* ϖ' *au parcours* λ' *entre deux centres ou pièges*

$$\varpi' = \lambda' = \frac{1}{\sigma' \delta}. \tag{4}$$

Ceci a pour conséquence que ϖ', dépend du nombre de pièges pleins ou vides et du nombre de centres susceptibles d'être excités. A partir des valeurs du champ où apparaît l'effet Destriau, ϖ' doit diminuer notablement, par suite de la possibilité d'excitation des centres (un électron d'énergie inférieure à $h\nu$ a une section efficace d'excitation des centres nulle). Ainsi, on devait bien s'attendre à ce que l'effet Gudden-Pohl et l'effet Destriau fournissent des valeurs de ϖ' du même ordre de grandeur mais cependant non rigoureusement égales.

Pour simplifier, nous considérons seulement dans ce qui suit les parcours résultant de l'effet Gudden et Pohl, les σ' et δ intervenant étant alors relatives aux pièges seuls et non aux centres.

2.5. — La section efficace σ qui nous apparaissait en photoconductibilité était la *section de capture d'électrons par le piège.* Nous sommes conduit à considérer σ' qui apparaît en électroluminescence comme la section efficace *d'excitation du piège* sans capture. ϖ' étant un million de fois plus petit que ϖ, σ' est 10^6 fois plus grande que σ :

$$\sigma \approx 10^{-18}\ \text{cm}^2, \qquad \sigma' \approx 10^{-12}\ \text{cm}^2. \tag{5}$$

La petitesse de σ explique d'ailleurs une difficulté rencontrée lors de l'étude de l'effet Destriau : les électrons accélérés dans la bande ne semblent pas pouvoir remplir les pièges ou les centres vides au-dessus desquels ils passent. Il est clair qu'ils ne remplissent pas les pièges, la luminescence durable subsistant après l'effet Destriau étant négligeable.

D'autre part, si l'on a vidé les pièges peu profonds par le champ, comme on le fait au cours des expériences de J. Mattler et D. Curie, il reste des centres vides (en nombre égal à celui des pièges profonds encore pleins) et l'on n'observe aucune surillumination; la possibilité de surillumination ne réap-

paraît qu'à mesure que les pièges peu profonds se remplissent de nouveau, par suite du phénomène de *recapture.*

Ceci suggère évidemment aussi une section efficace de capture très petite devant celle d'excitation.

On peut chercher un rapprochement avec le mécanisme de capture proposé par Mott et Gurney [22] pour interpréter les effets de température sur le rendement quantique en photoconductibilité.

Suivant la conception de Mott, l'électron ne tomberait pas immédiatement au fond du piège. Il serait d'abord capté sur un état excité du piège, d'où il pourrait, soit tomber dans l'état fondamental (probabilité A d'être définitivement capturé), soit s'échapper avec une probabilité B. Si B est très grand, σ est très faible.

Nous allons examiner à quelles valeurs de σ conduit cette théorie et, de plus, tenter d'identifier la section efficace d'excitation σ' et celle σ_1 de capture intermédiaire dans l'état excité.

L'on a évidemment

$$\frac{\sigma}{\sigma_1} = \frac{A}{A+B} \approx \frac{A}{B} \qquad (A \ll B). \tag{6}$$

Par ailleurs, $A \approx 10^8\,\text{s}^{-1}$ (ordre de grandeur des probabilités d'émission) tandis que B est lié à σ_1 par la relation

$$\frac{B}{\sigma_1} = 1,5.10^{26}\,e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \tag{7}$$

établie par Mott en utilisant le principe d'équiprobabilité des processus élémentaires (law of detailed balance); ε est la profondeur très petite du niveau de capture momentané, ainsi

$$\frac{B}{\sigma_1} \approx 10^{26}. \tag{8}$$

Comparant (6) et (8), on constate que σ_1 s'élimine, mais que l'on peut calculer σ

$$\sigma \approx 10^{8} : 10^{26} = 10^{-18}\ \text{cm}^2. \tag{9}$$

On retrouve ainsi la valeur absolue des sections efficaces de capture par les pièges (³) résultant des mesures du courant primaire (§ 1.4), ce qui justifie l'utilisation de la conception de la capture de Mott.

Lors de la capture intermédiaire dans l'état excité du piège, l'électron a évidemment perdu toute son énergie cinétique. Il est alors naturel *d'identifier la section efficace d'excitation σ' et celle σ_1 de capture sur l'état excité du piège.*

Il convient, toutefois, d'observer que cette identification se heurte à une difficulté : si $\sigma_1 = \sigma' = 10^{-12}\,\text{cm}^2$, (6) ou (8) donnent

$$B \approx 10^{14}\,\text{s}^{-1}.$$

Or, on ne conçoit pas, dans le mécanisme usuellement admis de libération du piège par activation thermique (énergie fournie au piège par le réseau cristallin) que cette libération s'effectue en un temps B^{-1} plus court que la période 10^{-13} s des vibrations thermiques. Peut-être faudrait-il modifier ici la conception de Mott en considérant que la capture momentanée peut s'effectuer aussi, non sur un des états excités discrets du piège, mais sur un *état quasi lié,* faisant partie du spectre continu, c'est-à-dire situé au bas de la bande de conductibilité. La formule (7) ne serait alors plus valable, mais les ordres de grandeur (8) et (9) pourraient subsister et il n'y aurait alors plus d'objection à une vie moyenne extrêmement courte sur l'état quasi lié (⁴).

3. **Mécanisme de l'accélération des électrons par le champ.** — 3.1. En champs faibles (inférieurs à quelques milliers de volts par centimètre) les électrons de conductibilité ont des énergies thermiques, soit de l'ordre de quelques centièmes d'électronvolt.

Ils sont diffusés par l'agitation thermique tous les 10^{-7} cm environ. L'énergie qu'ils peuvent acquérir en 10^{-7} cm sous l'action d'un champ de 10 000 V/cm est de l'ordre de 10^{-3} eV et négligeable devant les échanges d'énergie kT qui se produisent à chaque diffusion. Même un électron qui se trouverait avoir un parcours dix fois plus grand que le libre parcours moyen serait susceptible de perdre toute son énergie d'accélération à la première diffusion thermique.

Ainsi, les électrons de conductibilité ne sont pas accélérés par le champ, ils restent dans le domaine des énergies thermiques avec diffusions sensiblement isotropes et libres parcours de 10^{-7} cm (§ 1.1). Tous les 10^{-4} cm environ (§ 2.3 et 2.5), ils sont ralentis par un piège qu'ils quittent aussitôt (au bout de 10^{-14} s). Ils ne sont définitivement capturés qu'après 10^6 captures momentanées, soit après parcours de 10 cm. Le déplacement dans le sens du champ (1 mm) est petit devant le parcours total effectué 10 cm (§ 1.1).

En champs plus forts (quelques dizaines de milliers de volts par centimètre), donnant l'effet

(³) On a négligé ici de tenir compte de la variation de σ avec la vitesse v des électrons. Si cette variation est en $\frac{1}{v}$, il ne s'agit pour des électrons de respectivement 0,1 et 1 eV, que d'un facteur $\sqrt{10} = 3$, dont on peut ne pas tenir compte devant les facteurs 10^6 en jeu ici. C'est pourquoi on a pris la valeur de σ déterminée pour des électrons d'énergies thermiques.

(⁴) Cette vie 10^{-14} s est, comme il convient, plus grande que la durée de passage d'un électron rapide au-dessus du piège, mais de l'ordre de la durée du passage d'un électron thermique. Ce qui signifie que l'électron, une fois ralenti, repart immédiatement avec une énergie thermique.

Gudden-Pohl ou l'effet Destriau, il existe des électrons qui atteignent des énergies de l'ordre de l'électron-volt. Ces électrons ont des parcours de 10^{-6} cm avant diffusion thermique (§ 2.4 et 3.3), le long desquels l'énergie acquise par accélération par le champ (0,04 eV en 10^{-6} cm pour un champ de 50 000 V/cm) est $> kT$. Leur énergie cinétique croît alors constamment, tant qu'ils ne la perdent pas par choc sur un piège, ce qui survient tous les 10^{-5} cm. L'électron qui se trouvait dans le piège est alors libéré et l'on a maintenant affaire à deux électrons lents. L'un de ces électrons peut rentrer dans un centre vide proche du piège, avec ou sans émission lumineuse; ils peuvent aussi, soit se déplacer lentement dans la bande, soit subir à nouveau le processus d'accélération.

Le mécanisme de l'électroluminescence ainsi proposé est analogue à celui de la rupture des diélectriques qui, suivant von Hippel [23], intervient lorsque le champ électrique est assez intense pour que les électrons libres du réseau gagnent plus d'énergie de la part du champ qu'ils n'en perdent par suite des diffusions.

Mais il convient de préciser ceci afin d'expliquer pourquoi des champs de quelques dizaines de milliers de volts suffisent pour exciter l'électroluminescence, alors que des champs dix fois plus forts semblent nécessaires pour provoquer la rupture. C'est ce que nous allons tenter de montrer.

3.2. Rappel des théories de la rupture diélectrique (*voir* [24], exposé d'ensemble). —

Entre 1937 et 1939, Seeger et Teller d'une part [25], [26], Fröhlich et Mott d'autre part [27], [28], ont tenté de préciser quantitativement les idées de von Hippel; ils ont étudié plus particulièrement les halogénures alcalins. Il ne semble pas que des idées essentiellement nouvelles soient apparues depuis.

Ces deux théories reposent sur le calcul du parcours l de diffusion thermique, ou, ce qui revient au même, du *temps de relaxation* (temps séparant deux diffusions)

$$\tau = \frac{l}{v}, \tag{1}$$

v, vitesse des électrons de conductibilité (masse m, énergie $\varepsilon = \frac{1}{2} mv^2$).

Seeger et Teller calculent en mécanique classique l'énergie perdue par un électron passant à une distance donnée d'un ion (défini par sa charge Ze et sa masse M); l'énergie totale perdue par l'électron en mouvement dans le réseau s'obtient par une intégration sur cette distance d. La fréquence ν des ondes de vibration thermique du cristal n'apparaît que dans le choix des limites d'intégration, la limite supérieure de d étant déterminée par la condition que le temps de passage $\frac{2d}{v}$ de l'électron auprès de l'ion soit petit devant la période d'agitation thermique.

Seeger et Teller obtiennent ainsi la perte d'énergie $\frac{d\varepsilon}{ds}$ par unité de distance et ils en déduisent le libre parcours moyen l (que nous désignerons par l_s) par

$$h\nu = l_s \frac{d\varepsilon}{ds}, \tag{2}$$

relation qui suppose qu'au bout de chaque parcours l_s l'électron est diffusé en perdant $h\nu$.

Les auteurs aboutissent à

$$l_s(\varepsilon) = \frac{\varkappa^2 M a^3 h\nu\varepsilon}{\pi m Z^2 e^4} \frac{1}{\log\left(\frac{\varepsilon}{h\nu}\right)}, \tag{3}$$

$\varkappa$, constante diélectrique; a, dimension de la maille; si le cristal est composé d'ions de deux sortes, M est la moyenne harmonique de leurs masses.

Le calcul de Fröhlich est, au contraire, purement quantique. Il caractérise l'électron par son moment dans la direction du champ prise comme axe des x

$$k_x = \frac{mv_x}{h} \tag{4}$$

et définit le temps de relaxation τ par

$$\frac{1}{\tau} = -\frac{\Delta k_x}{k_x} P, \tag{5}$$

Δk étant l'échange d'énergie à chaque diffusion (émission ou absorption de quantum thermique $h\nu$) et P la probabilité de diffusion par unité de temps. Cette définition entraîne

$$\left(\frac{\partial k_x}{\partial t}\right) \text{dues aux diffusions} = -\frac{k_x}{\tau}, \tag{6}$$

donc τ est le temps pendant lequel le moment k_x dans la direction du champ est réduit à la fraction $\frac{1}{e}$ (5).

(5) Tandis que la définition du libre parcours de Seeger et Teller reste la définition usuelle (qui est celle utilisée dans cet article) : parcours avant diffusion thermique (échange d'énergie de $h\nu$), la définition de Fröhlich est différente : somme des parcours de diffusion jusqu'à ce que l'électron ait réduit sa vitesse à la fraction $\frac{1}{e}$. Aux énergies élevées, le « libre parcours » de Fröhlich est, par suite, plus grand.

La raison de son introduction est dans le fait que la formule classique des mobilités [1.1, éq. (4)] n'est valable que si l'énergie de l'électron reste thermique, le mouvement d'entraînement par le champ étant relativement lent devant le mouvement brownien de diffusion. Dans le cas où l'énergie de l'électron est presque exclusivement due au champ, elle cesse d'être valable si l'on conserve la définition usuelle de l, mais il résulte immédiatement de (9) qu'elle le redevient avec celle de Fröhlich [29]. Pour éviter les confusions, Fröhlich préfère utiliser τ et non l.

Fröhlich effectue le calcul des probabilités d'émission et d'absorption, respectivement proportionnelles à

$$E = 1 + \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \qquad A = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

et trouve l'expression de τ qui fait intervenir $P = E + A$, puis d'après (1), celle du libre parcours, l_F

$$l_F(\varepsilon) = \frac{Ma^3 h\nu\varepsilon}{\pi me^4}\left[1 + \frac{2}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}\right]^{-1}. \qquad (7)$$

Seeger et Teller prennent alors pour condition de rupture par le champ E_x

$$eE_x l_s \gg h\nu \qquad (8)$$

pour *tous* les électrons de la bande de conductibilité. Notons que Seeger et Teller raisonnent comme si, à chaque diffusion, l'électron perdait $h\nu$; ils négligent la probabilité A de gain d'énergie; ceci intervient trois fois : dans le calcul de $\frac{d\varepsilon}{ds}$, dans la définition (2) de l_s, enfin dans la condition de rupture (8). Finalement, cela ne doit pas introduire d'erreur sur l_s, mais dans (8) le second membre devrait être divisé par $(E + A)$ comme dans Fröhlich; ce facteur est de l'ordre de 2 ou 3.

Fröhlich exprime la condition de rupture en écrivant que k_x est quasi stationnaire (échanges d'énergie de $\pm h\nu$)

$$\frac{dk_x}{dt} = \left(\frac{\partial k_x}{\partial t}\right)_{\text{champ}} + \left(\frac{\partial k_x}{\partial t}\right)_{\text{diffusions}} = 0,$$

soit

$$\frac{eE_x}{\hbar} - \frac{k_x}{\tau} = 0 \qquad (9)$$

pour les électrons dont l'énergie ε est égale à l'énergie l'ionisation I (distance de la bande de conductibilité à la bande pleine).

(9) fournit k_x, soit donc le parcours de l'électron dans le sens du champ pendant un temps donné, d'où enfin l'énergie gagnée par cet électron sous l'action du champ par seconde; τ, E et A permettent de calculer l'énergie perdue, par suite des diffusions. Fröhlich caractérise le champ de rupture en écrivant que ces deux quantités sont égales pour l'électron d'énergie I. Il admet qu'il y a rupture dès que le champ est supérieur à la valeur ainsi déterminée, car alors tout électron d'énergie peu inférieure à I se trouvera automatiquement accéléré et montera ainsi dans la région des énergies supérieures à I, lui permettant d'arracher des électrons de la bande pleine; aucun état stationnaire ne serait dès lors possible dans le cristal.

Les électrons d'énergie trop inférieure à I ont de trop courts parcours pour se trouver accélérés et, au contraire, perdraient de l'énergie : ils n'intéressent pas Fröhlich. C'est là, la différence entre sa conception et celle de Seeger et Teller.

3.3. — Il semble que la théorie de Fröhlich conduise à des tensions de rupture correctes [28], soit de l'ordre de 500 000 à 1 500 000 V/cm pour les halogénures alcalins; pour ZnS, il obtiendrait vraisemblablement le même ordre de grandeur. La théorie de Seeger et Teller fournit des tensions de rupture 2 à 5 fois trop faibles et le facteur correctif $E + A$ qu'il semble nécessaire d'introduire ne fait qu'accentuer ce désaccord. Les valeurs des champs auxquelles on parvient alors sont donc plus voisines de celles donnant lieu aux phénomènes d'électroluminescence.

Seeger et Teller suggèrent d'ailleurs que l'emploi dans (3) d'une masse effective m^* différente de m permettrait de retrouver les valeurs correctes des tensions de rupture. Mais il faudrait pour cela un rapport $\frac{m^*}{m}$ pouvant atteindre 10, ce qui paraît difficile à admettre.

Nous préférons considérer que la théorie de Fröhlich est plus satisfaisante pour la rupture. Il nous semble, d'ailleurs, que (8) n'est qu'une condition *nécessaire* pour la rupture, mais nullement suffisante : il conviendrait de remplacer dans la condition d'accélération (8) le libre parcours l par sa projection dans la direction du champ; un électron satisfaisant à (8) peut être accéléré, mais, si c'est un électron thermique, il peut aussi avoir un parcours perpendiculaire au champ ou même en sens inverse et, par suite, se trouver ralenti, comme le pense Fröhlich et non accéléré comme le croient Seeger et Teller [il n'en serait pas de même pour un électron dont l'énergie est déjà principalement due au champ; ce dernier a son parcours très sensiblement dans la direction du champ et pour lui (8) serait pratiquement une condition suffisante d'accélération; mais à ce moment, l'expression (3) de l_s n'est plus valable].

Mais on peut considérer les parcours calculés par Fröhlich et par Seeger indépendamment de toute application à la rupture. Avec ce point de vue, il n'y a plus d'opposition entre ces deux théories, elles s'appliquent dans des domaines d'énergie différents. La formule (3) de Seeger et Teller donne le parcours d'électrons d'énergies thermiques, pour lesquels les diffusions sont isotropes. Elle ne s'applique plus pour des électrons qui ont acquis de l'énergie sous l'action du champ, qui ne subissent plus que des diffusions sous angles faibles.

Au contraire, la conception de Fröhlich, qui considère comme état quasi stationnaire un état de l'électron dans lequel ce dernier subit constamment des variations d'énergie de $\pm h\nu$ considérées comme négligeables, ne s'applique que lorsque

l'énergie de l'électron est grande devant $h\nu$, soit de l'ordre de grandeur de l'électronvolt.

Il est donc normal que cette dernière soit plus correcte pour la rupture qui fait intervenir des électrons très rapides; mais en électroluminescence, où l'on a à considérer le mécanisme par lequel des électrons, d'abord lents, vont s'accélérer, il convient d'utiliser les résultats de Seeger et Teller.

Nous introduisons dans la condition d'accélération (8) les modifications suivantes :

— Facteur $E + A$ qui abaisse les champs d'un facteur 2 ou 3;

— Au lieu d'accélérer tous les électrons, on ne demande d'accélérer que ceux qui se trouvent avoir

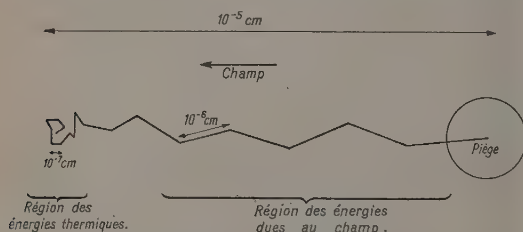


Fig. 4. — Trajectoire d'un électron accéléré par le champ dans la bande de conductibilité.

un parcours assez grand devant le libre parcours moyen. Ceux-ci peuvent, d'ailleurs, ne pas être accélérés, (8) n'étant qu'une condition nécessaire; mais ils peuvent aussi être amenés dans un domaine d'énergie où les libres parcours sont plus grands et continuer à acquérir de l'énergie.

Cette condition aussi abaisse les champs fournis par (8) et nous permet de retrouver l'ordre de grandeur des tensions donnant les phénomènes d'électroluminescence.

Ainsi, avec un champ de quelques dizaines de milliers de volts par centimètre, la plupart des électrons resteraient lents, c'est-à-dire dans le domaine des énergies thermiques et des parcours $\sim 10^{-7}$ cm. Ils subissent un lent déplacement d'ensemble dans la direction du champ, tels les électrons de conductibilité (§ 3.1).

Mais quelques électrons, d'abord diffusés aussi avec des énergies thermiques, mais ayant eu une ou quelques fois un parcours nettement plus grand que le parcours moyen, ou ayant gagné de l'énergie à plusieurs diffusions successives, arrivent dans le domaine des parcours $\sim 10^{-6}$ cm; ils prennent alors continûment de l'énergie sous l'action du champ (6).

Au bout de 10^{-5} cm environ, ils ont acquis une énergie de l'ordre de $\frac{1}{2}$ eV, qu'ils perdent par choc sur un piège comme vu (§ 3.1).

La trajectoire d'un tel électron est représentée figure 4; elle a une allure très différente dans le domaine où l'électron n'est pas encore accéléré (mouvement brownien à court parcours) et dans le domaine où il a pris de l'énergie (déplacement sensiblement rectiligne dans la direction du champ).

Tant que le champ reste petit devant le champ de rupture, le nombre des électrons ainsi accélérés reste petit devant celui des électrons thermiques.

Notons d'ailleurs que Fröhlich, dans ses articles [28], [29], n'envisage pas le mécanisme par lequel les électrons arrivent à l'énergie d'ionisation I. On peut considérer qu'aux premiers instants après l'application du champ un très petit nombre d'électrons atteignent cette énergie. Mais ils provoquent l'arrivée d'autres électrons dans la bande de conductibilité. Le nombre d'électrons dans cette bande croît donc de plus en plus rapidement (7) et ce serait au moment où le niveau de Fermi arriverait au niveau de I que la rupture aurait lieu. Aux champs relativement faibles devant le champ de rupture, il y aurait des électrons arrivant à cette énergie I, mais en nombre trop faible pour provoquer cette augmentation de leur nombre; on peut, par exemple, considérer (*cf.* [31]) que l'arrivée d'électrons dans la bande de conductibilité serait compensée par leur recombinaison avec les trous qu'ils ont laissés dans la bande pleine. C'est bien au moment où le champ atteint sa valeur de rupture que cette compensation devient impossible, puisque tout état stationnaire devient alors impossible dans le cristal.

Notons également qu'il semble tout d'abord que le ralentissement des électrons par les pièges aurait pour conséquence que l'existence de nombreux pièges (ou centres) pleins dans un cristal augmenterait les tensions de rupture. Or, d'après von Hippel [32], il ne semble pas que les impuretés modifient notablement les champs de rupture : ceux-ci auraient la même valeur pour différents échantillons du même corps (Na Cl dans les expériences de von Hippel) d'origines ou de modes de préparation différents (8).

(6) La formule de Seeger cesse alors d'être valable. Mais elle nous a montré que le passage du domaine des électrons thermiques à celui des électrons qui s'accélèrent continuellement est bien possible pour les champs donnant lieu aux phénomènes d'électroluminescence.

(7) Cependant, d'après Fröhlich [30], aux températures suffisamment basses le ralentissement des électrons par chocs entre eux pourrait être négligé devant le ralentissement par diffusions thermiques, du moins tant qu'il ne s'agit que d'écrire la condition d'instabilité du cristal.

(8) Avant les travaux de von Hippel, on se serait plutôt attendu à une diminution des champs de rupture provoquée par les impuretés : d'après la théorie de Semenoff et Walther (1928) [33], qui attribuait la rupture aux efforts mécaniques subis par le cristal déformé dans le champ élec-

Il convient d'observer que le ralentissement des électrons par les pièges ne saurait en réalité avoir lieu que si les états du bas de la bande sont vides. Lorsqu'on utilise des champs approchant des champs de rupture, le nombre d'électrons dans la bande devient rapidement très grand, comme le montre l'augmentation rapide de la conductibilité à ce moment. Les états du bas de la bande sont alors occupés et le ralentissement d'un électron rapide se trouve interdit par le principe de Pauli.

Ainsi le ralentissement par les pièges et impuretés, qui semble jouer un rôle très important en conductibilité dans les champs faibles et en électroluminescence, cesserait d'intervenir lors de la rupture : il pourrait tout au plus retarder l'instant de celle-ci, mais non rendre possible l'existence d'un état stationnaire dans le cristal.

Sections efficaces d'excitation des centres (*cf.* § 2, 4). — Si les parcours ϖ' déterminés d'après l'excitation des centres (effet Destriau) et d'après le vidage des pièges (effet Gudden-Pohl) sont du même ordre, on peut admettre que les valeurs de $\sigma' \delta$ (σ' section efficace d'excitation, δ densité) pour les centres et pour les pièges sont également du même ordre. Les centres étant dix fois plus nombreux que les pièges, on aurait donc approximativement :

$$\sigma'_{\text{centres}} \approx \frac{1}{10} \sigma'_{\text{pièges}} \approx 10^{-13} \text{ cm}^2$$

Le fait que la section efficace des centres soit inférieure à celle des pièges est en accord avec la conclusion résultant par exemple du modèle hydrogénoïde des pièges (modèle de Bethe) : plus l'énergie de liaison (distance du niveau localisé à la bande de conductibilité) est grande, plus les dimensions des orbites des électrons captés sont petites. On sait que le modèle hydrogénoïde, convenable pour les pièges, s'applique mal aux centres [34], mais on voit que cette conclusion reste qualitativement valable.

trique, la diminution de résistance mécanique due aux imperfections du cristal aurait eu pour conséquence une diminution de résistance diélectrique; l'influence nulle ou très faible des impuretés est un argument contre cette conception.

Manuscrit reçu le 26 avril 1952.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Pohl R. — *Proc. Phys. Soc.*, 1937, **49**; *Physik Z.* 1938, **39**.
[2] Mott N. F. et Gurney R. W. — *Electronic processes in ionic crystals*, Oxford, 1948, p. 124-133 et 185-188.
[3] Seitz F. — *Théorie moderne des solides*, traduit par C. Dugas, Paris, 1949, p. 625-637.
[4] Gudden B. et Pohl R. — *Z. Physik*, 1923, **17**, 334.
[5] Fröhlich H. et Mott N. F. — *Proc. Roy. Soc.* A, 1939, **171**, 502.
[6] Seitz F. — *Loc. cit.*, p. 625.
[7] Seitz F. — *Loc. cit.*, p. 635.
[8] Urbach F. — *Wien. Ber.*, 1930, 2 *a*, **139**, 473.
[9] Randall J. T. et Wilkins M. H. F. — *Proc. Roy. Soc.* A, 1945, **184**, 365.
[10] Garlick G. F. J. — Phosphors and phosphorescence. *Reports prog. in Phys.*, 1949, **12**, 34.
[11] Lenard P. — *Hand. der exper. Phys.*, 1928, **1**, 351.
[12] Saddy J. — *Thèse*, Paris, 1947, p. 40.
[13] Curie D. — *C. R. Acad. Sc.*, 1949, **229**, 193 et 1321.
[14] Guntz A. A. — *Ann. Chimie.*, 1925, p. 31.
[15] Pringsheim P. — Fluorescence and phosphorescence, *Inters. Pub.*, 1949, p. 593.
[16] Garlick G. F. J. — *Cornell Symposium*, Wiley, 1948, p. 109.
[17] Hoogenstraaten W. — *Comm. Congrès de Mosbach*, juillet 1951.
[18] Curie D. — *Thèse*, Paris, 1951.
[19] Mattler J. et Curie D. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **230**, 2086.
[20] Curie M. — *Fluorescence et Phosphorescence*, Paris, 1946, p. 140.
[21] Destriau G. — *Phil. Mag.*, 1947, **38**, 721.
[22] Mott N. F. et Gurney R. W. — *Loc. cit.*, p. 108 et 136.
[23] von Hippel A. — *J. Appl. Phys.*, 1937, **8**, 815.
[24] Jouaust R. — *Diélectriques solides*, Paris, 1949, chap. VI et VII.
[25] Seeger R. J. et Teller E. — *Phys. Rev.*, 1938, **54**, 515. *Voir* aussi Seitz [3], p. 624.
[26] Seeger R. J. et Teller E. — *Phys. Rev.*, 1939, **56**, 353.
[27] Fröhlich H. — *Proc. Roy. Soc.* A, 1937, **160**, 230.
[28] Fröhlich H. — *Proc. Roy. Soc.* A, 1939, **172**, 94. *Voir* aussi Mott [2], p. 197.
[29] Fröhlich H. — *Elektronen theorie der Metalle*, Berlin, 1936, § 14.
[30] Fröhlich H. — *Proc. Roy. Soc.* A, 1947, **188**, 521.
[31] Jouaust R. — *Loc. cit.*, p. 60, note 2.
[32] von Hippel A. — *Z. Physik*, 1932, **75**, 160.
[33] Semenoff N. et Walther A. — *Die Phys. Grundlagen der elektr. Festigkeitlehre*, Berlin, 1928.
[34[Curie D., *J. Physique Rad.*, 1951, 12, 924.

SUR LA DÉDUCTION DE DIVERS PRINCIPES VARIATIONNELS DE LA THÉORIE DES COLLISIONS A PARTIR D'UN PRINCIPE UNIQUE [1]

Par T. KAHAN et G. RIDEAU
(Institut Henri Poincaré, Paris).

Sommaire. — On établit que les diverses méthodes mises en œuvre par Hulthen, Schwinger, Kohn et d'autres auteurs découlent d'un principe variationnel très général, dont on montre les divers aspects.

1. **Introduction.** — L'impossibilité où l'on se trouve habituellement de résoudre de manière rigoureuse les équations différentielles attachées à des problèmes de diffusions, nucléaires ou autres, a amené divers auteurs [2, 5] à proposer des méthodes de résolution approchée à l'aide de principes variationnels, d'aspect et de maniement très différents. Ces principes s'appliquant tous à des problèmes de même nature, nous avons tenté de voir s'il n'existerait pas un principe plus général englobant tous les autres à titre de cas particuliers. C'est ainsi que nous sommes conduits à proposer le principe qui fait l'objet de ce travail.

2. **Formulation du principe général.** — Considérons un opérateur linéaire L symétrique, c'est-à-dire vérifiant la relation suivante :

$$\int f L g \, d\tau = \int g L f \, d\tau, \qquad (1)$$

quelles que soient les fonctions f et g.

Les solutions satisfaisant à

$$L\Phi = 0 \qquad (2)$$

rendent extrémale l'expression suivante ($L\delta = \delta L$) :

$$I = \int \Psi_2 L \Psi_1 \, d\tau, \qquad \delta I = 0. \qquad (3)$$

En effet, en posant

$$\Psi_1 = \Phi_1 + \delta\Phi_1, \qquad \Psi_2 = \Phi_2 + \delta\Phi_2, \qquad (4)$$

où Φ_1 et Φ_2 sont deux solutions distinctes de l'équation (2), et en utilisant la propriété (1), on vérifie le résultat annoncé.

De même, envisageons l'équation avec second membre :

$$L\Phi_i = \varphi_i, \qquad (5)$$

L étant toujours un opérateur linéaire symétrique, possédant un inverse et où les φ_i sont des fonctions données. On peut alors poser

$$\Phi'_i = L^{-1}\varphi_i - \Phi_i \qquad (6)$$

et les Φ'_i vérifient l'équation

$$L\Phi'_i = 0. \qquad (7)$$

Elles rendront extrémale une expression du type (3) et en revenant aux Φ_i initiaux, on conclut que ceux-ci rendront extrémale la quantité suivante :

$$I = \int \{ \Psi_2 L \Psi_1 - \Psi_2 \varphi_1 - \Psi_1 \varphi_2 \} \, d\tau \qquad (\delta I = 0), \qquad (8)$$

en omettant le terme constant. Quand on substitue à Ψ_1 et Ψ_2 des solutions exactes de (5), l'expression (8) se réduit à $-\int \Psi_1 \varphi_2 \, d\tau$ et l'on peut ainsi utiliser (8) pour le calcul approché de cette quantité.

Généralement, dans la conduite des calculs, il sera commode de transformer (5) en une équation intégrale, ce qui va nous amener à représenter L par un opérateur intégral dont le noyau sera symétrique quand L est symétrique ([1]).

3. **Application aux problèmes de diffusion.** — L'équation qui régit un problème de diffusion peut se réduire à la forme suivante [2] :

$$\Phi_1(\mathbf{r}) = \Phi_1^0(\mathbf{r}) + \int K(\mathbf{r}, \mathbf{r}') V(\mathbf{r}') \Phi_1(\mathbf{r}') \, d^3\mathbf{r}', \qquad (9)$$

où le noyau $K(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ est généralement un noyau symétrique et où Φ_1^0 représente l'onde incidente.

Nous ferons le changement de fonction inconnue :

$$\Phi'_1(\mathbf{r}) = \Phi_1(\mathbf{r})\sqrt{V(\mathbf{r})}, \qquad \Phi_1'^0(\mathbf{r}) = \Phi_1^0(\mathbf{r})\sqrt{V(\mathbf{r})}, \qquad (10)$$

et (9) prend alors la forme ([1])

$$\left. \begin{aligned} L\Phi'_1(\mathbf{r}) &= \Phi_1^{0\prime}(\mathbf{r}), \\ L &= \int \{ \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - \sqrt{V(\mathbf{r})} K(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \sqrt{V(\mathbf{r}')} \} \{ \quad \} \, d^3\mathbf{r}'. \end{aligned} \right\} \qquad (11)$$

([1]) Pour ces opérateurs, on utilisera la notation

$$L = \int F(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \{ \quad \} \, d^3\mathbf{r}$$

qui signifie

$$L\Phi = \int F(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Phi(\mathbf{r}') \, d^3\mathbf{r}'.$$

En appliquant à Φ'_1 le principe variationnel relatif à (8) et en revenant au Φ_1 initial, nous obtenons l'expression suivante, stationnaire vis-à-vis des solutions de (9) :

$$\left.\begin{array}{l} -\int \Psi_2 \Phi_1^0 V \,\mathrm{d}^3\mathbf{r} - \int \Phi_2^0 \Psi_1 V \,\mathrm{d}^3\mathbf{r} + \int \Psi_1 V \Psi_2 \,\mathrm{d}^3\mathbf{r} \\ -\int \Psi_2(\mathbf{r}) V(\mathbf{r}) K(\mathbf{r}, \mathbf{r}') V(\mathbf{r}') \Psi_1(\mathbf{r}') \,\mathrm{d}^3\mathbf{r}\,\mathrm{d}^3\mathbf{r}'. \end{array}\right\} \quad (12)$$

Quand Ψ_1 et Ψ_2 sont remplacées par des solutions Φ_1 et Φ_2 de (9), elle a pour valeur l'expression

$$-\int \Phi_2^0 \Phi_1 V \,\mathrm{d}^3\mathbf{r}, \quad (13)$$

seule quantité qui ait un intérêt physique en théorie des collisions où elle représente l'amplitude de diffusion [*cf.* (17)].

L'opérateur L, qui apparaît dans (11), doit avoir un inverse pour que les conclusions précédentes soient valables; on démontre facilement qu'il en est bien ainsi (*cf.* appendice I).

Nous allons appliquer la théorie générale qui précède aux problèmes de collisions de la Mécanique quantique. Dans ce cas, nous avons à considérer l'équation

$$\left[\nabla^2 + k^2 - V(\mathbf{r})\right] \Phi(\mathbf{r}) = 0, \quad (14)$$

et la solution de celle-ci qui se réduit à l'onde plane $e^{i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}}$, $|\mathbf{k}_1| = k$, en l'absence du potentiel $V(\mathbf{r})$. On sait que cette solution vérifie l'équation intégrale [3]

$$\Phi_1(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}_1\cdot\mathbf{r}} - \frac{1}{4\pi}\int \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} V(\mathbf{r}') \Phi_1(\mathbf{r}') \,\mathrm{d}\mathbf{r}' \quad (15)$$

et a la forme asymptotique

$$\Phi_1(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}_1\cdot\mathbf{r}} + f(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad (16)$$

où $f(\mathbf{k}_1, \mathbf{k})$ est l'amplitude de diffusion dans la direction $\mathbf{k}$ de l'onde incidente suivant $\mathbf{k}_1$, dont la valeur dans la direction $-\mathbf{k}_2$ est donnée par [4] :

$$f(\mathbf{k}_1, -\mathbf{k}_2) = -\frac{1}{4\pi}\int e^{i\mathbf{k}_2\cdot\mathbf{r}} V(\mathbf{r}) \Phi_1(\mathbf{r}) \,\mathrm{d}^3\mathbf{r}. \quad (17)$$

Cette expression $f(\mathbf{k}_1, -\mathbf{k}_2)$ est, au facteur -4π près, la valeur stationnaire (V. S.) de la quantité

$$\begin{aligned} -4\pi f(\mathbf{k}_1, -\mathbf{k}_2) &\\ = \text{V. S.} \Big\{ &\int e^{i\mathbf{k}_2\cdot\mathbf{r}} V(\mathbf{r}) \Psi_1(\mathbf{r}) \,\mathrm{d}^3\mathbf{r} \\ &+ \int e^{i\mathbf{k}_1\cdot\mathbf{r}} V(\mathbf{r}) \Psi_2(\mathbf{r}) \,\mathrm{d}^3\mathbf{r} \\ &- \int \Psi_1 V \Psi_2 \,\mathrm{d}^3\mathbf{r} - \frac{1}{4\pi}\int \Psi_2(\mathbf{r}) V(\mathbf{r}) \\ &\times \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} V(\mathbf{r}') \Psi_1(\mathbf{r}') \,\mathrm{d}^3\mathbf{r}\,\mathrm{d}^3\mathbf{r}' \Big\}, \end{aligned} \quad (18)$$

comme il résulte des formules de (9) à (13). La méthode variationnelle fondée sur la formule (18), est une des formes que peut prendre le principe variationnel défini par (8). L'appendice II contient la généralisation de la méthode aux bosons et aux fermions. Nous montrerons maintenant comment (8) permet d'arriver aux méthodes proposées par Kohn.

4. **Méthode de Kohn** [5]. — A l'aide de la fonction δ de Dirac, on peut mettre l'opérateur $(\nabla^2 + k^2)$ sous forme d'opérateur intégral dont le noyau $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ est évidemment symétrique. Ceci étant, l'équation (14) s'écrit

$$\left.\begin{array}{l} V(\mathbf{r})\Phi(\mathbf{r}) = \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Phi(\mathbf{r}') \,\mathrm{d}\mathbf{r}' \\ \text{avec} \quad L = \{\nabla^2 + k^2\} = \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \{\ \ \} \,\mathrm{d}\mathbf{r}, \end{array}\right\} \quad (19)$$

et en posant

$$\Phi_1(\mathbf{r}) = \Phi_1^0(\mathbf{r}) + \frac{1}{\sqrt{V(\mathbf{r})}} \Phi'_1(\mathbf{r}). \quad (20)$$

On obtient alors, pour les $\Phi'_1(\mathbf{r})$, l'équation intégrale suivante :

$$\begin{aligned} \Phi'_1(\mathbf{r}) = &- \Phi_1'^0(\mathbf{r}) \\ &+ \int \frac{1}{\sqrt{V(\mathbf{r})}} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{1}{\sqrt{V(\mathbf{r}')}} \Phi'_1(\mathbf{r}') \,\mathrm{d}\mathbf{r}', \end{aligned} \quad (21)$$

où l'on écrit

$$\Phi_1'^0(\mathbf{r}) = \sqrt{V(\mathbf{r})}\, \Phi_1^0(\mathbf{r}).$$

En écrivant le principe variationnel relatif aux Φ'_1, on obtient une méthode de calcul approché pour la quantité

$$-\int e^{i(\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2)\mathbf{r}} V(\mathbf{r}) \,\mathrm{d}\mathbf{r} - 4\pi f(\mathbf{k}_1, -\mathbf{k}_2), \quad (22)$$

si bien qu'en revenant aux Φ initiaux, l'amplitude de diffusion $f(\mathbf{k}_1, -\mathbf{k}_2)$ est, au facteur 4π près, valeur stationnaire de la quantité

$$\begin{aligned} 4\pi f(\mathbf{k}_1, -\mathbf{k}_2) &\\ = \text{V. S.} \Big\{ &\int \Psi_2(\mathbf{r}) \{\nabla^2 + k^2 - V(\mathbf{r})\} \Psi_1(\mathbf{r}) \,\mathrm{d}^3\mathbf{r} \\ &- \int e^{i\mathbf{k}_2\cdot\mathbf{r}} \{\nabla^2 + k^2\} \Psi_1(\mathbf{r}) \,\mathrm{d}^3\mathbf{r} \Big\}, \end{aligned} \quad (23)$$

où l'on a utilisé

$$\{\nabla^2 + k^2\} = \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \{\ \ \} \,\mathrm{d}^3\mathbf{r}'. \quad (24)$$

Pour le calcul de la dernière intégrale de (23), on utilise la formule de Green :

$$\int \left(f\frac{\partial g}{\partial n} - g\frac{\partial f}{\partial n}\right) \mathrm{d}S = \int (f\nabla^2 g - g\nabla^2 f) \,\mathrm{d}\tau,$$

Ψ_1 étant une fonction d'essai que l'on supposera avoir la forme asymptotique

$$\Psi_1 = \exp i\mathbf{k}_1\cdot\mathbf{r} + f(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}) \frac{\exp ikr}{r}. \quad (25)$$

On conduira le calcul de la façon indiquée dans le

Mémoire de Kohn (*loc. cit.*, p. 1766) pour retrouver exactement le principe variationnel qu'il a proposé.

Il y a lieu de remarquer que le principe (18) que nous proposons, bien que découlant de la même méthode, fournit néanmoins une précision supérieure à celle obtenue par la méthode de Kohn. En effet, en prenant pour fonction d'essai simplement l'approximation d'ordre zéro (onde plane), le principe de Kohn fournit la première approximation de Born, tandis que notre principe (18) donne directement jusqu'à la seconde approximation.

5. **Méthodes relatives à l'équation radiale.** — Nous allons maintenant déduire les méthodes relatives à l'équation radiale directement du principe variationnel général. A cet effet, prenons pour les fonctions Ψ_1 et Ψ_2 qui figurent dans l'expression (18) un développement de la forme

$$\left.\begin{aligned} \Psi_1(\mathbf{r}) &= \sum_0^\infty (2n+1) i^n P_n(\cos\theta)\,\Lambda_n(|\mathbf{r}|), \\ \Psi_2(\mathbf{r}) &= \sum_0^\infty (2n+1) i^n P_n\left(\cos\widehat{\mathbf{k}_2,\mathbf{r}}\right)\Lambda_n(|\mathbf{r}|), \end{aligned}\right\} \quad (26)$$

où $\Lambda_n(r)$ a la forme asymptotique

$$\Lambda_n(|\mathbf{r}|) \sim \frac{e^{i\eta'_n}}{kr}\sin\left(kr - \frac{n\pi}{2} + \eta'_n\right) \qquad (|\mathbf{r}| = r), \quad (27)$$

la direction $\mathbf{k}_1$ étant prise comme axe des z et la direction $\mathbf{k}_2$ ayant pour coordonnées polaires $(\Theta, 0)$. Nous aurons également à utiliser le dévelmeoppent suivant [7] :

$$\left.\begin{aligned} &-\frac{1}{4\pi}\frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \\ &\quad = -\frac{1}{4\pi}\sum_0^\infty \frac{2n+1}{k}\,\frac{\zeta_n(kr_>)}{r_>}\,\frac{\xi_n(kr_<)}{r_<}\,P_n\left(\cos\widehat{\mathbf{r}.\mathbf{r}'}\right), \\ &\xi_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi kr}{2}}\,J_{n+\frac12}(kr), \\ &\zeta_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi kr}{2}}\left\{ i J_{n+\frac12}(kr) + (-1)^n J_{-n-\frac12}(kr)\right\} \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

ainsi que l'expression

$$\begin{aligned} &P_n\left(\cos\widehat{\mathbf{r}.\mathbf{r}'}\right) \\ &\quad = P_n(\cos\theta)P_n(\cos\theta') \\ &\qquad + 2\sum_1^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!}P_n^m(\cos\theta)P_n^m(\cos\theta')\cos m(\varphi-\varphi'), \end{aligned} \quad (29)$$

(θ, φ) étant les coordonnées polaires de r, (θ', φ') celles de r'. Bien entendu, le potentiel $V(r)$, qui va intervenir, ne dépend par hypothèse que de la distance à l'origine. Nous donnons, dans l'appendice III, le détail des calculs qui conduisent à mettre (18) sous la forme

$$\begin{aligned} &4\pi\sum_0^\infty (2n+1)(-1)^n P_n(\cos\Theta) \\ &\times\Bigg[\frac{2}{k}\int_0^\infty \sqrt{\frac{\pi kr}{2}}\,J_{n+\frac12}(kr)\,\Gamma_n(r)V(r)\,\mathrm{d}r \\ &\quad - \int_0^\infty \left(\Gamma_n(r)\right)^2 V(r)\,\mathrm{d}r \\ &\quad - \frac{1}{k}\int \Gamma_n(r)V(r)\zeta_n(kr_>)\xi_n(kr_<) \\ &\qquad\qquad \times V(r')\Gamma_n(r')\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}r'\Bigg], \end{aligned} \quad (30)$$

où l'on a posé

$$\Lambda_n(r) = \frac{\Gamma_n(r)}{r}.$$

Quand Ψ_1 et Ψ_2 sont des solutions exactes Φ_1 et Φ_2 de l'équation d'onde, il est clair que Λ_n devient $L_n(r)$, solution de l'équation différentielle radiale relative à la valeur n du moment angulaire. On obtiendra des Ψ_1 et Ψ_2 différant peu des Φ_1 et Φ_2 en prenant dans (26) des Λ_n différant peu des $L_n(r)$. La variation des Ψ_1 et Ψ_2 ainsi obtenue n'est pas la variation la plus générale, mais c'est la seule qui importe dans le cas de la symétrie sphérique que nous envisageons ici. La première variation de (30) qui résulte de cette variation radiale doit être nulle et, par suite de l'orthogonalité des polynomes de Legendre, la première variation de chacune des quantités entre crochets de (30) est nulle. Quand $\Gamma_n(r)$ se confond avec $G_n(r) = L_n(r)$, cette quantité entre crochets devient égale à $-\frac{e^{2i\eta_n}-1}{2ik^2}$ où η_n est le déphasage habituel [remarquons que la fonction $G_n(r)$, introduite ici, diffère de celle que l'on trouve par exemple dans Mott et Massey, *Atomic Collisions*, chap. II et VII, en ce qu'elle a la forme asymptotique $\frac{e^{i\eta_n}}{k}\sin\left(kr - n\frac{\pi}{2} + \eta_n\right)$]. Donc, l'expression entre crochets provenant de (30) :

$$\begin{aligned} &-\frac{e^{2i\eta_n}-1}{2ik^2} \\ &= \mathrm{V.\,S}\Bigg\{\frac{2}{k}\int_0^\infty \sqrt{\frac{\pi kr}{2}}\,J_{n+\frac12}(kr)\,\Gamma_n(r)V(r)\,\mathrm{d}r \\ &\quad - \int_0^\infty \left(\Gamma_n(r)\right)^2 V(r)\,dr \\ &\quad - \frac{1}{k}\int \Gamma_n(r)V(r)\zeta_n(kr_>)\xi_n(kr_<) \\ &\qquad\qquad \times V(r')\Gamma_n(r')\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}r'\Bigg\} \end{aligned} \quad (31)$$

fournit une méthode variationnelle de calcul approchée des déphasages η_n. En même temps, (31) donne

l'équation intégrale que doit vérifier $G_n(r)$, à savoir

$$G_n(r) = \frac{1}{k}\sqrt{\frac{\pi kr}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(kr) - \frac{1}{k}\int_0^\infty \zeta_n(kr_>)\xi_n(kr_<)V(r')\,G_n(r')\,dr'. \quad (32)$$

6. **Méthode de Schwinger.** — Nous allons montrer que la méthode de Schwinger se déduit de notre principe (3) en donnant une forme convenable à l'équation intégrale (32). Pour cela, introduisons une nouvelle fonction $\mathcal{G}_n(r)$ reliée à $G_n(r)$ par

$$\mathcal{G}_n(r) = k\,G_n(r)\frac{e^{-i\eta_n}}{\cos\eta_n}. \quad (33)$$

Cette nouvelle fonction vérifie alors l'équation intégrale

$$\mathcal{G}_n(r) = \sqrt{\frac{\pi kr}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(kr) - \frac{(-1)^n}{k}\int_0^\infty \sqrt{\frac{\pi kr_>}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(kr_>) \times \sqrt{\frac{\pi kr_<}{2}} J_{-n-\frac{1}{2}}(kr_<)V(r')\mathcal{G}_n(r')\,dr' \quad (34)$$

d'où l'on tire

$$\operatorname{tg}\eta_n = -\int\sqrt{\frac{\pi kr}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(kr)V(r)\mathcal{G}_n(r)\,dr. \quad (35)$$

On peut alors écrire (34) sous la forme

$$\mathcal{G}_n(r) = -\int \mathcal{R}(r, r')V(r')\mathcal{G}_n(r')\,dr', \quad (36)$$

après avoir posé

$$\mathcal{R}(r, r') = \frac{1}{\operatorname{tg}\eta_n}\sqrt{\frac{\pi kr}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(kr)\sqrt{\frac{\pi kr'}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(kr') + \frac{(-1)^n}{k}\sqrt{\frac{\pi kr_<}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(kr_<) \times \sqrt{\frac{\pi kr_>}{2}} J_{-n-\frac{1}{2}}(kr_>). \quad (37)$$

On symétrise facilement le noyau précédent en posant

$$\mathcal{H}_n(r) = \sqrt{V(r)}\,\mathcal{G}_n(r), \quad (38)$$

l'équation prend la forme $\mathcal{L}\mathcal{H}_n = 0$, avec

$$\mathcal{L} = \int\{\delta(r-r') + \sqrt{V(r)}\,\mathcal{R}(r, r')\sqrt{V(r')}\}\{\quad\}\,dr' \quad (39)$$

En appliquant alors (3), on conclut que l'expression

$$\operatorname{cotg}\eta_n = \text{V. S.}\left\{\int \mathcal{G}_n^2(r)V(r)\,dr + \frac{(-1)^n}{k}\iint \mathcal{G}_n(r)V(r)\sqrt{\frac{\pi kr_<}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(kr_<) \times \sqrt{\frac{\pi kr_>}{2}} J_{-n-\frac{1}{2}}(kr_>)V(r')\mathcal{G}(r')\,dr\,dr' + \frac{1}{k}\operatorname{cotg}\eta_n \times \left[\int\sqrt{\frac{\pi kr}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(kr)V(r)\mathcal{G}_n(r)\,dr\right]^2\right\} \quad (40)$$

a une valeur stationnaire pour les solutions exactes du problème de diffusion. (40) fournit la méthode de calcul approchée de cotg η_n proposée par Schwinger [8].

Appendice I. — Nous montrerons ici que l'opérateur L de (11) possède effectivement un inverse. Posons pour simplifier l'écriture

$$\mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sqrt{V(\mathbf{r})}\,K(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\sqrt{V(\mathbf{r}')}. \quad (I.1)$$

On cherche un noyau $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ tel que soit vérifiée l'équation

$$\int \mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'')\{\delta(\mathbf{r}''-\mathbf{r}') - \mathcal{H}(\mathbf{r}'', \mathbf{r}')\}\,d\mathbf{r}'' = \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}'), \quad (I.2)$$

car $\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$ est le noyau de l'opérateur-unité. (I.2) fournit l'équation intégrale suivante pour $\mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$:

$$\mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') + \int \mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'')\mathcal{H}(\mathbf{r}'', \mathbf{r}')\,d\mathbf{r}''. \quad (I.3)$$

La résolution en est immédiate, car en appelant $\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ le noyau résolvant relatif au noyau $\mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, il vient

$$\mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') + \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (I.4)$$

avec la forme bien connue du noyau résolvant

$$\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \int \mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'')\mathcal{H}(\mathbf{r}'', \mathbf{r}')\,d\mathbf{r}'' + \ldots. \quad (I.5)$$

Ceci montre l'existence d'un inverse à gauche. Mais $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ est aussi bien inverse à droite puisque l'on vérifie

$$\int\{\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}'') - \mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'')\}\mathcal{G}(\mathbf{r}'', \mathbf{r}')\,d\mathbf{r}'' = \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') - \mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \int \mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'')\Gamma(\mathbf{r}'', \mathbf{r}')\,d\mathbf{r}'' = \delta(\mathbf{r}-r') \quad (I.6)$$

d'après la définition même du noyau résolvant $\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$.

Appendice II. — Généralement, l'équation de diffusion (14) est écrite dans le système du centre de gravité de deux particules semblables. On sait qu'alors l'indiscernabilité des particules est responsable de phénomènes d'échange régis par la statistique particulière suivie par les deux particules, phénomènes qui ont pour effet de modifier la valeur des sections efficaces obtenue quand on ne tient pas compte de cette indiscernabilité. Si le vecteur $\mathbf{k}_1$, qui donne la direction des ondes incidentes est pris pour axe des z et si θ désigne l'angle entre $\mathbf{k}_1$ et $-\mathbf{k}_2$, la quantité qu'il est intéressant de connaître est $f(\theta) \pm f(\pi - \theta)$, avec le signe $+$ ou le signe $-$ suivant que l'on considère des bosons ou des fermions, où l'on a posé

$$f(\mathbf{k}_1, +\mathbf{k}_2) = f(\pi - \theta).$$

A partir de maintenant, nous noterons $\Phi_1^+(\mathbf{r})$ la solution de l'équation intégrale suivante relative à une onde incidente suivant $\mathbf{k}_1$:

$$\Phi_1^+(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}_1.\mathbf{r}} - \frac{1}{4\pi}\int \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} V(\mathbf{r}')(\Phi_1^+\mathbf{r}')\,d^3\mathbf{r}, \quad (\text{II}.1)$$

tandis que la solution relative à une onde incidente suivant $-\mathbf{k}_1$ sera notée $\Phi_1^-(\mathbf{r})$ et satisfera à l'équation intégrale

$$\Phi_1^-(\mathbf{r}) = e^{-i\mathbf{k}_1.\mathbf{r}} - \frac{1}{4\pi}\int \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} V(\mathbf{r}')\Phi_1(\mathbf{r}')\,d^3\mathbf{r}'. \quad (\text{II}.2)$$

Quand le potentiel est uniquement fonction de la distance, on vérifie facilement la relation

$$\Phi_1^+(-\mathbf{r}) = \Phi_1^-(\mathbf{r}). \quad (\text{II}.3)$$

Si l'on tient compte de la statistique (effet d'échange), la solution exacte du problème de diffusion s'écrit

$$\left.\begin{array}{c} \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\Phi_1^+(\mathbf{r}) + \Phi_1^-(\mathbf{r})\right) \\ \text{(statistique de Bose-Einstein)}, \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\Phi_1^+(\mathbf{r}) - \Phi_1^-(\mathbf{r})\right) \\ \text{(statistique de Fermi-Dirac)}, \end{array}\right\} \quad (\text{II}.4)$$

et il s'agit de tenir compte, dans le principe (18), de cet effet d'échange. Reprenons donc (18) terme à terme. A la fonction d'essai $\Psi_1(\mathbf{r})$, que nous notons à partir de maintenant $\Psi_1^+(\mathbf{r})$, associons $\Psi_1^-(\mathbf{r})$ reliée à Ψ_1^+ par

$$\Psi_1^-(\mathbf{r}) = \Psi_1^+(-\mathbf{r}). \quad (\text{II}.5)$$

En d'autres termes, les fonctions $\Psi_1^+(\mathbf{r})$ et $\Psi_1^-(\mathbf{r})$ sont des valeurs approchées des solutions exactes $\Phi_1^+(\mathbf{r})$ et $\Phi_1^-(\mathbf{r})$. On fait la même convention pour la fonction d'essai $\Psi_2(\mathbf{r})$. Il est donc nécessaire d'introduire les combinaisons $\frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_1^+ \pm \Psi_1^-)$, $\frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_2^+ \pm \Psi_2^-)$ (suivant la statistique adoptée) dans une formulation variationnelle devant tenir compte de l'échange. Puisque nous avons à calculer $f(\theta) \mp f(\pi - \theta)$, nous aurons respectivement à ajouter ou retrancher les valeurs de (18) relatives à $+\mathbf{k}_2$ et à $-\mathbf{k}_2$, soient

$$\left.\begin{array}{l} \int e^{i\mathbf{k}_2.\mathbf{r}}\, V(r)\Psi_1^+(\mathbf{r})\,d^3\mathbf{r} \\ + \int e^{i\mathbf{k}_1.\mathbf{r}}\, V(r)\Psi_2^+(\mathbf{r})\,d^3\mathbf{r} - \int \Psi_1^+ V \Psi_2^+\,d^3\mathbf{r} \\ - \frac{1}{4\pi}\int \Psi_2^+(\mathbf{r})\,V(r)\frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}V(\mathbf{r}')\Psi_1^+(r')\,d^3\mathbf{r}\,d^3\mathbf{r}', \\ \int e^{-i\mathbf{k}_2.\mathbf{r}}V(r)\Psi_1^+(\mathbf{r})\,d^3\mathbf{r} \\ + \int e^{i\mathbf{k}_1.\mathbf{r}}\, V(r)\Psi_2^-(\mathbf{r})\,d^3\mathbf{r} - \int \Psi_1^+ V \Psi_2^-\,d^3\mathbf{r} \\ - \frac{1}{4\pi}\int \Psi_2^-(\mathbf{r})\,V(r)\frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}V(r')\Psi_1^+(\mathbf{r}')\,d^3\mathbf{r}\,d^3\mathbf{r}', \end{array}\right\} \quad (\text{II}.6)$$

Étant donné la définition des fonctions $\Psi^+(\mathbf{r})$ et $\Psi^-(\mathbf{r})$, on vérifie aisément la suite d'égalités

$$\begin{aligned} &\int (e^{i\mathbf{k}_2.\mathbf{r}} \pm e^{-i\mathbf{k}_2.\mathbf{r}})\,V(r)\Psi_1^+(\mathbf{r})\,d^3\mathbf{r} \\ &= \pm\int (e^{i\mathbf{k}_2.\mathbf{r}} \pm e^{-i\mathbf{k}_2.\mathbf{r}})\,V(r)\Psi_1^-(\mathbf{r})\,d^3\mathbf{r} \\ &= \frac{1}{2}\int (e^{i\mathbf{k}_2.\mathbf{r}} \pm e^{-i\mathbf{k}_2.\mathbf{r}})\,V(r)\left(\Psi_1^+(\mathbf{r}) \pm \Psi_1^-(\mathbf{r})\right)d^3\mathbf{r}, \quad (\text{II}.7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\int e^{i\mathbf{k}_1.\mathbf{r}}\, V(r)\left(\Psi_2^+(\mathbf{r}) \pm \Psi_2^-(\mathbf{r})\right)d^3\mathbf{r} \\ &= \pm\int e^{-i\mathbf{k}_1.\mathbf{r}}V(r)\left(\Psi_2^+(\mathbf{r}) \pm \Psi_2^-(\mathbf{r})\right)d^3\mathbf{r} \\ &= \frac{1}{2}\int (e^{i\mathbf{k}_1.\mathbf{r}} \pm e^{-i\mathbf{k}_1.\mathbf{r}})\,V(r)\left(\Psi_2^+(\mathbf{r}) \pm \Psi_2^-(\mathbf{r})\right)d^3\mathbf{r}, \quad (\text{II}.8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\int \Psi_1^+(\mathbf{r})\,V(r)\left(\Psi_2^+(\mathbf{r}) \pm \Psi_2^-(\mathbf{r})\right)d^3\mathbf{r} \\ &= \pm\int \Psi_1^-(\mathbf{r})\,V(r)\left(\Psi_2^+(\mathbf{r}) \pm \Psi_2^-(\mathbf{r})\right)d^3\mathbf{r} \\ &= \frac{1}{2}\int \left(\Psi_1^+(\mathbf{r}) \pm \Psi_1^-(\mathbf{r})\right)V(\mathbf{r})\left(\Psi_2^+(\mathbf{r}) \pm \Psi_2^-(\mathbf{r})\right)d^3\mathbf{r}, \quad (\text{II}.9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\int \left(\Psi_2^+(\mathbf{r}) \pm \Psi_2^-(\mathbf{r})\right) \\ &\quad\times \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}V(r)\,V(r')\,\Psi_1^+(\mathbf{r}')\,d^3\mathbf{r}\,d^3\mathbf{r}' \\ &= \frac{1}{2}\int \left(\Psi_2^+(\mathbf{r}) \pm \Psi_2^-(\mathbf{r})\right)V(r) \\ &\quad\times \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}V(r')\left(\Psi_1^+(\mathbf{r}') \pm \Psi_1^-(\mathbf{r}')\right)d^3\mathbf{r}\,d^3\mathbf{r}'. \quad (\text{II}.10) \end{aligned}$$

La quantité $\frac{1}{\sqrt{2}}(\exp i\mathbf{k}_2.\mathbf{r} \pm \exp i\mathbf{k}_2.\mathbf{r})$ représente l'onde incidente suivant la direction $\mathbf{k}_2$ quand on tient compte de la statistique. De même pour la quantité $\frac{1}{\sqrt{2}}(\exp i\mathbf{k}_1.\mathbf{r} + \exp - i\mathbf{k}_1.\mathbf{r})$. Donc, finalement, on obtient les deux principes variationnels

ci-dessous, directement applicables, soit aux bosons, soit aux fermions :

$$f(\theta)+f(\pi-\theta) = \text{V.S.}\Big\{ \int \frac{e^{i\mathbf{k}_2.\mathbf{r}}+e^{-i\mathbf{k}_2.\mathbf{r}}}{\sqrt{2}} V(r)\,\Xi_1^+(\mathbf{r})\,d^3\mathbf{r} + \int \frac{e^{i\mathbf{k}_1.\mathbf{r}}+e^{-i\mathbf{k}_1.\mathbf{r}}}{\sqrt{2}} V(r)\,\Xi_2^+(\mathbf{r})\,d^3\mathbf{r} - \int \Xi_1^+(\mathbf{r})\,V(r)\,\Xi_2^+(\mathbf{r})\,d^3\mathbf{r} - \frac{1}{4\pi}\int \Xi_2^+(\mathbf{r})\,V(r) \times \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} V(r')\,\Xi_1^+(\mathbf{r}')\,d^3\mathbf{r}\,d^3\mathbf{r}' \Big\}, \quad (\text{II}.11)$$

$$f(\theta)-f(\pi-\theta) = \text{V.S.}\Big\{ \int \frac{e^{i\mathbf{k}_2.\mathbf{r}}-e^{-i\mathbf{k}_2.\mathbf{r}}}{\sqrt{2}} V(r)\,\Xi_1^-(\mathbf{r})\,d^3\mathbf{r} + \int \frac{e^{i\mathbf{k}_2.\mathbf{r}}-e^{-i\mathbf{k}_2.\mathbf{r}}}{\sqrt{2}} V(r)\,\Xi_2^-(\mathbf{r})\,d^3\mathbf{r} - \int \Xi_1^-(\mathbf{r})\,V(r)\,\Xi_2^-(\mathbf{r})\,d^3\mathbf{r} - \frac{1}{4\pi}\int \Xi_2^-(\mathbf{r})\,V(r) \times \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} V(r')\,\Xi_1^-(\mathbf{r}')\,d^3\mathbf{r}\,d^3\mathbf{r}' \Big\}, \quad (\text{II}.12)$$

Dans les formules précédentes, Ξ^+ et Ξ^- remplacent les quantités

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\big(\Psi^+(\mathbf{r})+\Psi^-(\mathbf{r})\big) \quad \text{et} \quad \frac{1}{\sqrt{2}}\big(\Psi^+(\mathbf{r})-\Psi^-(\mathbf{r})\big)$$

et représentent les fonctions d'essai qui doivent être utilisées. On notera qu'elles sont assujetties à la condition d'être paires dans le cas de la statistique de Bose et à la condition d'être impaires dans le cas de la statistique de Fermi-Dirac.

Appendice III. — Dans cet appendice, nous allons établir en détail les calculs conduisant à la formule (30). Procédons terme à terme.

Calcul du terme :

$$-\frac{1}{4\pi}\int \Psi_2(\mathbf{r})\,V(r)\frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}V(r')\,\Psi_1(\mathbf{r}')\,d^3\mathbf{r}\,d^3\mathbf{r}'.$$

Nous effectuons d'abord l'intégration sur $d\mathbf{r}'$ en tenant compte du fait que $\Phi_1(\mathbf{r})$ ne dépend pas de φ'. Ce qui donne

$$-\frac{1}{4\pi}\int \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}V(\mathbf{r}')\,\Psi_1(\mathbf{r}')\,d^3\mathbf{r}' = \sum_{n'=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} -\frac{1}{2k}(2n'+1)(2n+1)\,i^n P_{n'}(\cos\theta) \times \int_0^{\infty}\frac{\zeta_{n'}(kr_>)\,\xi_{n'}(kr_<)}{r_>r_<}V(r')\,\Lambda_n(r')\,r'^2\,dr' \times \int_0^{\pi} P_{n'}(\cos\theta')\,P_n(\cos\theta')\sin\theta'\,d\theta'. \quad (\text{III}.1)$$

En utilisant les relations d'orthogonalité des polynomes de Legendre [9], il vient

$$-\frac{1}{4\pi}\int \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}V(r')\,\Psi_1(\mathbf{r}')\,d^3\mathbf{r}' = \sum_{n=0}^{\infty} -\frac{2n+1}{k}\,i^n P_n(\cos\theta) \times \int_0^{\infty}\frac{\zeta_n(kr_<)\,\xi_n(kr_>)}{r_<r_>}V(r')\,\Lambda_n(r'^2)\,dr'. \quad (\text{III}.2)$$

Nous devons effectuer maintenant l'intégration sur $d\mathbf{r}$. La variable φ n'apparaîtra que dans $\Psi_2(\mathbf{r})$ et ainsi en effectuant d'abord l'intégration sur φ nous ferons disparaître les termes de $\Psi_2(\mathbf{r})$ qui contiennent $\cos m\varphi$ et il reste

$$\frac{1}{4\pi}\int \Psi_2(\mathbf{r})\,V(r)\frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}V(r')\,\Psi_1(\mathbf{r}')\,d^3\mathbf{r}\,d^3\mathbf{r}' = -\frac{2\pi}{k}\sum_{n'=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)(2n'+1)\,i^{n+n'}P_n(\cos\Theta) \times \int_0^{\infty}\Lambda_n(r)\,V(r)\frac{\zeta_{n'}(kr_>)\,\xi_{n'}(kr_<)}{r_>r_<} \times V(r')\,\Lambda_{n'}(r')\,r^2r'^2\,dr\,dr' \times \int_0^{\pi}P_n(\cos\theta)\,P_{n'}(\cos\theta)\sin\theta\,d\theta$$

$$= -\frac{4\pi}{k}\sum_0^{\infty}(2n+1)(-1)^nP_n(\cos\Theta) \times \int_0^{\infty}\Lambda_n(r)\,V(r)\frac{\zeta_n(kr_>)\,\xi_n(kr_<)}{r\ r} \times V(r)\,\Lambda_n(r')\,r^2r'^2\,dr\,dr'. \quad (\text{III}.3)$$

Calcul du terme

$$-\int \Psi_1(\mathbf{r})\,V(r)\,\Psi_2(\mathbf{r})\,d^3\mathbf{r}.$$

$\Psi_1(\mathbf{r})\,V(r)$ ne contenant pas φ, en effectuant d'abord l'intégration sur φ on élimine les termes de $\Psi_2(\mathbf{r})$ qui contiennent $\cos m\varphi$ et il reste

$$-\int \Psi_1(\mathbf{r})\,V(r)\,\Psi_2(\mathbf{r})\,d^3\mathbf{r} = -2\pi\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{n'=0}^{\infty}(2n+1)(2n'+1)\,i^{n+n'}P_{n'}(\cos\Theta) \times \int_0^{\infty}\Lambda_n(r)\,V(r)\,\Lambda_{n'}(r)\,r^2\,dr \times \int_0^{\pi}P_n(\cos\theta)\,P_n(\cos\theta)\sin\theta\,d\theta$$

$$= -4\pi\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)(-1)^nP_n(\cos\Theta) \times \int_0^{\infty}\big(\Lambda_n(r)\big)^2V(r)\,r^2\,dr. \quad (\text{III}.4)$$

Toujours en utilisant les relations d'orthogonalité des polynomes de Legendre.

Pour le calcul des deux termes restants, on doit utiliser le développement bien connu [10] :

$$e^{i\mathbf{k}.\mathbf{r}} = \sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\, i^n P_n\left(\cos\widehat{\mathbf{k}.\mathbf{r}}\right) \times \sqrt{\frac{\pi}{2kr}}\, J_{n+\frac{1}{2}}(kr) \qquad \text{(III.5)}$$

et en employant le développement (29) des polynomes de Legendre, la quantité $\int e^{i\mathbf{k}_2\mathbf{r}}\, V(r)\,\Psi_1(\mathbf{r})\,\mathrm{d}\mathbf{r}$ devient, après élimination des termes contenant φ par intégration sur φ :

$$\begin{aligned}\int e^{i\mathbf{k}_2.\mathbf{r}}\, V(r)\,\Psi_1(\mathbf{r})\,\mathrm{d}r &= 2\pi\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{n'=0}^{\infty}(2n+1)(2n'+1)\, i^{n+n'} P_n(\cos\Theta) \\ &\quad\times\int_0^{\infty}\sqrt{\frac{\pi}{2kr}}\, J_{n+\frac{1}{2}}(kr)\, V(r)\,\Lambda_n(r)\, r^2\,\mathrm{d}r \\ &\quad\times\int_0^{\pi} P_n(\cos\theta)\, P_{n'}(\cos\theta)\sin\theta\,\mathrm{d}\theta \\ &= 4\pi\sum_0^{\infty}(2n+1)(-1)^n P_n(\cos\Theta) \\ &\quad\times\int_0^{\infty}\sqrt{\frac{\pi}{2kr}}\, J_{n+\frac{1}{2}}(kr)\, V(r)\,\Lambda_n(r)\, r^2\,\mathrm{d}r. \qquad \text{(III.6)}\end{aligned}$$

Le calcul du terme $\int e^{i\mathbf{k}_1\mathbf{r}}\, V(r)\,\Psi_2(\mathbf{r})\,\mathrm{d}\mathbf{r}$ s'effectue de la même façon. Là encore les termes contenant φ et provenant du développement de $\Psi_2(\mathbf{r})$ s'éliminent par intégration sur φ et l'utilisation des relations d'orthogonalité des polynomes de Legendre donne

$$\begin{aligned}\int e^{i\mathbf{k}_1.\mathbf{r}}\, V(r)\,\Psi_2(\mathbf{r})\,\mathrm{d}\mathbf{r} &= 4\pi\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)(-1)^n P_n(\cos\Theta) \\ &\quad\times\int_0^{\infty}\sqrt{\frac{\pi}{2kr}}\, J_{n+\frac{1}{2}}(kr)\, V(r)\,\Lambda_n(r)\, r^2\,\mathrm{d}r. \qquad \text{(III.7)}\end{aligned}$$

si bien que l'expression (18) devient finalement

$$\begin{aligned}4\pi\sum_0^{\infty}&(2n+1)(-1)^n P_n(\cos\Theta) \\ &\times\Bigg[\frac{2}{k}\int_0^{\infty}\sqrt{\frac{\pi kr}{2}}\, J_{n+\frac{1}{2}}(kr)\,\Gamma_n(r)\, V(r)\,\mathrm{d}r \\ &\quad - \int_0^{\infty}\left(\Gamma_n(r)\right)^2 V(r)\,\mathrm{d}r \\ &\quad - \frac{1}{k}\int_0^{\infty}\Gamma_n(r)\, V(r)\,\zeta_n(kr_>)\,\xi_n(kr_<) \\ &\qquad\qquad \times V(r')\,\Gamma_n(r')\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}r'\Bigg]. \qquad \text{(III.8)}\end{aligned}$$

Manuscrit reçu le 22 février 1952.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] KAHAN T. et RIDEAU G. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **233**, 849.

[2] SCHWINGER J. — Conférences inédites, 1947. — BLATT et JACKSON. — *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 21. — MOTT et MASSEY. — The Theory of Atomic Collisions, 2e édit. (Oxford), p. 116 (3). — BROGLIE L. DE. — De la Mécanique ondulatoire à la théorie du noyau (Hermann), t. III, p. 35 (55).

[3] BROGLIE L. DE. — *Loc. cit.*, p. 35 (54). — MOTT et MASSEY. — *Loc. cit.*, p. 114.

[4] MOTT et MASSEY. — *Loc. cit.*, p. 114 (30).

[5] HULTHÉN. — Xe Congrès des Mathématiciens scandinaves, Copenhague, 1946. — KOHN, *Phys. Rev.*, 1948, **74**, 1763.

[6] MOTT et MASSEY. — *Loc. cit.*, p. 23.

[7] MOTT et SNEDDON. — Wave Mechanics and its Applications (Oxford), 1948, p. 386.

[8] *Cf.* par exemple, BLATT et JACKSON. — *Loc. cit.*, p. 21. — J. SCHWINGER. — *Loc. cit.*

[9] VALIRON. — Théorie des fonctions (Masson), p. 207.

[10] BROGLIE L. DE. — *Loc. cit.*, p. 20.

MISE EN ÉVIDENCE D'UNE RÉACTION (n, α) DU FER

Par J. P. LONCHAMP,
Institut de Physique de Strasbourg.

Sommaire. — Des émulsions Ilford E_1 et D_1 partiellement recouvertes d'une feuille mince de fer sont exposées à un flux intense de neutrons thermiques. L'étude des traces pénétrant dans l'émulsion par sa surface montre un excès de traces pour la partie recouverte de fer. Les problèmes de la discrimination des traces et de l'importance des contaminations sont discutés.

Les valeurs proposées pour la section efficace de ${}^{56}_{26}Fe\,(n, \alpha)\,{}^{53}_{24}Cr$ sont $10^{-28} \leqq \sigma \leqq 2,4.10^{-28}$; elles diffèrent des valeurs proposées jusqu'à ce jour. Un calcul semi-théorique de la section efficace est effectué puis discuté à la lumière des théories récentes de la désintégration α.

Introduction. — Les réactions du type (n, α) provoquées par les neutrons thermiques, sont assez rares; pour certains éléments tels que le fer et d'autres, l'énergie d'évolution semble favorable, mais en raison des barrières de potentiel relativement élevées, il faut s'attendre à des sections efficaces très faibles et la technique des émulsions nucléaires semble seule capable de résoudre les problèmes relatifs à la mesure de ces faibles sections efficaces. Différents auteurs ont étudié le problème : en 1947, P. Cüer obtenait de Ilford Ltd, des émulsions chargées avec du saccharosate de fer, Hänni et Rossel [1], H. Faraggi [2] apportèrent, en 1950, des résultats contradictoires. Il nous a semblé utile de reprendre la question au moyen d'une nouvelle technique. Pour autant que la précision avec laquelle sont connues les masses des isotopes dans cette région du tableau des éléments permet de l'affirmer, on peut dire que le cas du fer est énergétiquement le cas le plus favorable.

En prenant les valeurs des masses de la Segré-Chart, on obtient, pour ${}^{56}_{26}Fe\,(n, \alpha)\,{}^{53}_{24}Cr$ un Q de 5,43 MeV, avec une incertitude de l'ordre de 1,5 MeV. L'isotope ${}^{56}Fe$ a une abondance de 91,64 pour 100. Pour l'isotope ${}^{54}Fe$ (abondance 5,81 pour 100), le Q semble plus faible, mais l'incertitude encore supérieure.

La particule α émise emmenant pratiquement toute l'énergie, son parcours dans l'émulsion sera de l'ordre de $23 \pm 10\,\mu$, valeur moyenne voisine de celle des α du polonium ($22\,\mu$).

Techniques expérimentales. — 1° CONDITIONS D'EXPOSITION. — Des émulsions Ilford E_1 et D_1 de $50\,\mu$ sont exposées à un flux intense de neutrons thermiques (1). Une fraction de cette émulsion est recouverte d'une feuille mince de fer d'épaisseur $10\,\mu$. Dans ce procédé, le nombre d'atomes de fer bombardés est bien plus grand que dans la méthode par imprégnation d'une émulsion en sel de fer. C'est ainsi que, dans les expériences de Mme H. Faraggi, le fer introduit par imprégnation sous forme de citrate ammniacal était dosé par voie chimique, la quantité de fer fixée était de $1,8.10^{18}$ noyaux Fe par centimètre carré. Dans nos expériences, le nombre de noyaux Fe est $0,77.10^{20}$ par centimètre carré, soit environ 40 fois plus. Par ailleurs, l'imprégnation de sels de fer peut provoquer un effet désensibilisateur bien connu; cet effet peut être gênant pour la détection des traces. Un autre avantage de notre technique par rapport à celle de l'imprégnation est que l'épaisseur de la plaque, utilisée pour rechercher les traces qui viennent ici de la surface, est moins grande que dans l'autre technique, où l'on utilise toute l'épaisseur de l'émulsion. Cet avantage joue dans l'élimination des traces de contamination, celles qui proviennent du thorium contenu dans le verre supportant l'émulsion se trouveront, à coup sûr, éliminées de nos statistiques.

La fraction du flux neutronique absorbée par la feuille de fer est très faible ($< 10^{-4}$), la section de capture étant de l'ordre de 2 barns [3].

Le flux de neutrons incident a été mesuré par la technique préconisée par P. Cüer [4] [comptage des réactions ${}^{14}_{7}N\,(n, p)\,{}^{14}_{6}C$], celle-ci est actuellement la méthode la plus précise pour le dosage des flux intenses. Dans le cas des émulsions D_1, le dosage ne peut être fait sur la plaque couverte partiellement de fer; en effet, des mesures comparatives nous ont montré qu'en raison de la faible sensibilité des émulsions D_1, un certain nombre des protons de $6,3\,\mu$ de la réaction ${}^{14}_{7}N\,(n, p)\,{}^{14}_{6}C$ ne sont pas enregistrés. Ce déficit est de l'ordre de 35 pour 100. Nous avons, dans ce cas, accolé à la D_1 une émulsion E_1 destinée au dosage des neutrons; la variation locale de flux, compte tenu de la position des

(1) Les irradiations aux neutrons ont été faites dans la colonne thermique de la pile de Châtillon.

plaques dans les châssis, est de l'ordre de 10 pour 100; nous avons fait la correction nécessaire.

Le flux total ainsi trouvé est de $1{,}95.10^{10}$ neutrons/cm² pour la plaque E_1 et de $4{,}8.10^{10}$ neutrons/cm² pour la plaque D_1. Ces flux sont connus avec une précision de l'ordre de 5 pour 100. La présence de fer à la surface de l'émulsion provoque un effet désensibilisateur nettement marqué; il se traduit à la fois par une diminution de la densité du voile et par la diminution du nombre des petites traces des protons de la réaction des neutrons sur l'azote de la gélatine, cette diminution est de l'ordre de 30 pour 100. Il fallait s'assurer que cette désensibilisation ne pouvait affecter les traces α entrant dans l'émulsion dont on pouvait risquer de perdre la fraction immédiate située sous la surface, donc de ne pas les compter dans une exploration strictement superficielle de l'émulsion.

Pour contrôler ce point, nous avons désensibilisé

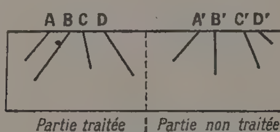


Fig. 1.

une portion de la surface d'une émulsion (E_1 et D_1) en plaçant à son contact une lame de fer. La surface ainsi traitée est mise ensuite en contact avec une source de polonium. La portion non traitée de la surface est également mise en contact avec la source.

Nous mettons au point le microscope sur les débuts de traces A, B, C, D, ..., A', B', ... dans les deux zones (*fig.* 1); nous pointons ensuite l'interface émulsion-verre et constatons que les différences de cote sont les mêmes dans les deux cas; ceci montre que dans la partie traitée, les traces α avaient bien leur origine exactement à la surface de l'émulsion.

2° Pouvoir d'arrêt du fer. — Le dispositif expérimental utilisé rendait nécessaire la connaissance du pouvoir d'arrêt du fer par rapport aux particules α qui prennent naissance en son sein. Nous nous servons des valeurs expérimentales relatives au cuivre dont le numéro atomique $Z = 29$ est très proche de celui du fer ($Z = 26$). Livingston-Bethe [5] donnent le pouvoir d'arrêt atomique différentiel pour les α entre 2 et 8 MeV. On en déduit les valeurs

$$\frac{\Delta R}{\Delta R_0} = f(E)$$

que nous transformons en

$$\frac{\Delta R}{\Delta R_0} = f(R_0)$$

grâce à la courbe de Bethe. Par intégration graphique, on obtient

$$R = \int \frac{\Delta R}{\Delta R_0} \, \mathrm{d}R_0$$

parcours dans le fer pour un intervalle d'énergie donné. On connaît par ailleurs le parcours correspondant dans l'émulsion et l'on trouve ainsi, dans le domaine d'énergie qui nous occupe, un rapport moyen

$$\frac{R_{\text{émulsion}}}{R_{\text{fer}}} = 2{,}1.$$

3° Facteur de contraction de l'émulsion. — La mesure de la longueur des traces inclinées nécessite la connaissance du facteur de contraction de l'émulsion. Celui-ci a été déterminé par la méthode de la mesure des projections horizontales et verticales de traces inclinées de longueur connue [6]. Nous avons utilisé les traces de la réaction ${}^{14}_{7}\mathrm{N}\,(n,\,p)\,{}^{14}_{6}\mathrm{C}$ dont la longueur moyenne est de 6,3 μ [7]. Si L désigne la longueur de la trace, x sa projection horizontale, y sa projection verticale après fixage, S le facteur de contraction, on a la relation

$$L^2 = x^2 + S^2 y^2,$$

x^2 est une fonction linéaire de y^2 :

$$x^2 = - S^2 y^2 + L^2.$$

Chaque mesure de trace inclinée donnera un point dans le diagramme x^2, y^2. Les points expérimentaux se placent, de part et d'autre, d'une droite théorique (*fig.* 2) (le point A est connu avec une bonne

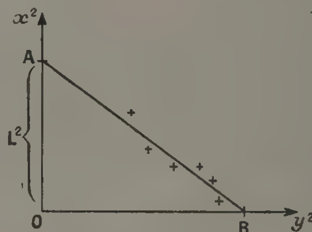


Fig. 2.

précision, car $OA = L^2$ correspond à la longueur vraie de la trace). On a finalement

$$S = \left(\frac{OA}{OB}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

On trouve ainsi un facteur de contraction :

$S = 2{,}6$ pour la plaque E_1,
$S = 2{,}75$ pour la plaque D_1.

Relation entre la section de désintégration σ et le nombre n de traces, visibles dans l'émul-

sion par centimètre carré. — 1° CALCUL DE LA RELATION. — Soit η le nombre de désintégrations (n, α) par centimètre cube. Pour un cylindre de 1 cm² de base et de hauteur dx, le nombre de désintégrations sera $\eta\, dx$; on a donc $\eta\, dx$ traces dans toutes les directions.

Soit l la longueur dans le fer de la trace α résultant d'une désintégration (*fig.* 3).

Les traces pouvanr pénétrer dans l'émulsion seront celles contenues dans l'angle solide

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos\theta), \quad \text{avec} \quad \cos\theta = \frac{x}{l}.$$

Le nombre de traces venant de la tranche dx

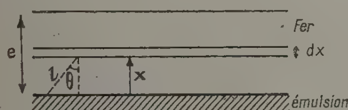


Fig. 3.

pénétrant dans l'émulsion par centimètre carré sera donc

$$\eta \frac{dx}{4\pi} 2\pi\left(1 - \frac{x}{l}\right) = \frac{\eta}{2}\left(1 - \frac{x}{l}\right) dx.$$

En intégrant pour toute l'épaisseur e de la feuille de fer, on aura :

1° Si $e < l$:

$$\text{nombre de traces par cm}^2 = n = \frac{\eta e}{2}\left(1 - \frac{e}{2l}\right);$$

2° Si $e > l$:

$$\text{nombre de traces par cm}^2 = n = \frac{\eta l}{4}.$$

Si N désigne le flux de neutrons incident par centimètre carré, $\mathfrak{M}$ le nombre d'atomes de ^{56}Fe par centimètre cube, on a

$$\sigma = \frac{\eta}{\mathfrak{M} N}, \qquad \sigma = \frac{4n}{l \mathfrak{M} N} \quad (\text{lorsque } e \geq l).$$

2° CHOIX DE l. — Pour assurer une bonne discrimination des traces, nous ne retiendrons que les traces ayant dans l'émulsion une longueur supérieure à 9 μ, on éliminera, de ce fait, les petits protons de l'azote de 6,3 μ, compte tenu du straggling affectant la longueur de ces traces.

La longueur utile dans le fer se trouvera donc réduite à $23 - \frac{9}{2}$, $l = 6{,}7 \pm 4{,}8\ \mu$. Nous sommes donc dans le cas $l < e$.

3° DÉTERMINATION DE n. — Nous avons exploré une surface S de l'émulsion placée sous le fer et une surface égale de l'émulsion non au contact avec le fer. $S = 13$ mm² pour la plaque E_1, $S = 17$ mm² pour la plaque D_1. Nous avons mesuré la longueur de toutes les traces provenant de la surface de l'émulsion. Ces traces peuvent être :

1° les protons de 6,3 μ de la réaction $^{14}_{7}N(n, p)\,^{14}_{6}C$;
2° les protons de recul provenant de neutrons non ralentis (spectre continu de longueurs);
3° les traces α de la réaction à l'étude ainsi que d'éventuelles traces de contaminations radioactives.

La discrimination entre ces trois groupes de traces est relativement aisée dans la majorité des cas.

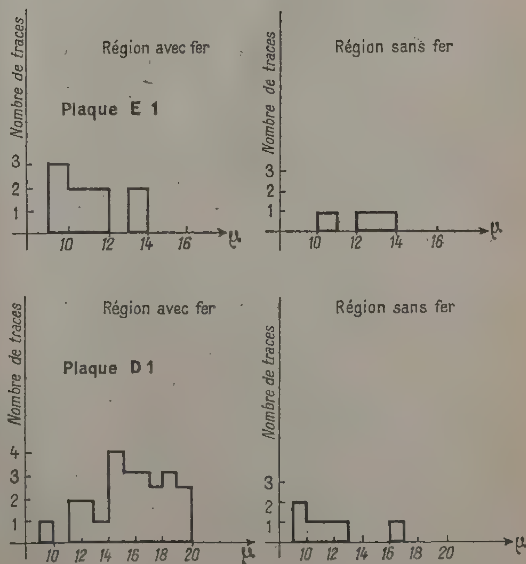
Le groupe 1° est caractérisé par sa longueur moyenne 6,3 μ avec un straggling d'environ 2,5 μ.

Le groupe 2° des protons de recul de longueur $> 9\ \mu$; les traces de protons ont, dans les E_1 et surtout dans les D_1, une structure discontinue tandis que les traces α ont une structure quasi continue. Les plaques D_1 de faible sensibilité sont spécialement favorables à la discrimination α, proton. La plupart des protons de recul sont faiblement inclinés par rapport au plan horizontal de surface et leur identification est certaine; il reste le cas des protons fortement inclinés pour lesquels la structure lacunaire est masquée, ces traces peuvent alors être confondues avec des traces α.

Nous avons donc relevé, dans notre statistique générale, les traces continues de longueur comprise entre 9 et 33 μ.

Dans les deux cas, les différences entre les nombres de traces correspondant aux deux zones sont significatives. Pour la plaque E_1, le nombre de traces pouvant être attribué à une réaction $^{56}_{26}Fe(n, \alpha)\,^{53}_{24}Cr$ est de $n = 9 - 3 = 6$ (marge statistique d'incertitude $\pm$ 2,5). Pour la plaque D_1 :

$$n = 23 - 6 = 17 \pm 4.$$



Discussion. — Dans la présente étude, la question de la contamination se posait d'une façon relativement simple. On sait que lorsque l'on développe une émulsion vierge non soumise au préalable à l'action d'un rayonnement ionisant, on trouve un certain nombre de traces dues aux éléments radioactifs contenus en très faible quantité dans presque toutes les substances (verre et gélatine de la plaque, air au contact de l'émulsion, châssis, etc.). Des contaminations peuvent se produire également lors des manipulations photographiques. En plus, certaines traces sont dues au rayonnement cosmique. La valeur absolue du nombre de traces de contamination est assez variable d'une émulsion à l'autre. Nous avons fait une première expérience pour voir si le fer placé au contact de l'émulsion ne pouvait constituer une cause supplémentaire de contamination dans la région qu'il recouvre. Une émulsion vierge partiellement recouverte de la même feuille de fer qui nous avait servi dans nos expériences précédentes a été développée et explorée systématiquement sur une grande surface. La région non couverte de fer présente une densité de traces de 1,16 par millimètre carré (²). La région couverte de fer présente une densité de 1,11 par millimètre carré. La différence statistique entre ces deux densités n'est pas significative; en aucun cas, le plus grand nombre de traces de surface dans la région avec le fer ne peut être attribuée à une contamination radioactive due au fer. Il fallait s'assurer ensuite que la différence entre le nombre de traces dans les zones avec et sans fer ne pouvait être attribuée à une fluctuation statistique de la densité des traces de contamination. Nous avons exploré 230 mm² d'émulsion et groupé le nombre de traces par sections de 17 mm², les valeurs sont étalées entre les valeurs extrêmes 12 et 22 en admettant que les contaminations dont la longueur est située entre 9 et 33 μ représentent 1/3 de l'ensemble des traces de contamination une variation de 17 serait de l'ordre de $\sim 7\,\sigma$, fluctuation hautement improbable.

Par contre, la différence du nombre de traces dans le cas de la plaque E_1 ne pourrait, à elle seule, donner une valeur statistiquement significative.

4° Calcul de σ et discussion des résultats. — En utilisant la relation établie précédemment

$$\sigma = \frac{4n}{l\mathfrak{M}N},$$

on trouve :

1° pour la plaque E_1 :

$$\sigma = 1{,}8_3 . 10^{-28};$$

(²) Il s'agit de toutes les traces provenant de l'interface air-émulsion quelle que soit leur longueur.

2° pour la plaque D_1 :

$$\sigma = 1{,}6_1 . 10^{-28};$$

compte tenu des incertitudes statistiques sur N (5 pour 100) et surtout sur n ($\sim$ 25 pour 100), ces deux résultats sont en bon accord.

La cause d'incertitude la plus grande sur la valeur absolue de la section efficace est celle qui provient de l. Nous avons vu (*cf.* introduction) que l'incertitude sur la longueur théorique L du parcours de la particule α était telle que $L = 23 \pm 10\,\mu$; il résulte du spectre des longueurs donné plus haut que la limite inférieure pour L serait au voisinage de $20\,\mu$, la marge d'incertitude sur L serait donc

$$20\,\mu \leqq L \leqq 30\,\mu,$$

celle sur $l = L - \frac{9}{2{,}1}$ serait

$$5{,}25\,\mu \leqq l \leqq 10\,\mu.$$

Il en résulte que nous pouvons donner, pour σ, la marge d'erreur suivante :

$$10^{-28} \leqq \sigma \leqq 2{,}4 . 10^{-28}.$$

La précision de ce résultat se trouvera grandement accrue lorsque le bilan énergétique, c'est-à-dire les masses de ^{56}Fe et surtout de ^{53}Cr seront mieux connues.

Notre résultat diffère de celui de Hänni et Rossel [1] qui indiquent $\sigma = 4 . 10^{-26} \pm 2$ et de celui de Mme Faraggi [2] qui indique une section inférieure à $6 . 10^{-29}$.

5° Interprétation théorique des résultats. — D'après le modèle du noyau composé de Bohr, la réaction ${}^{56}_{26}$Fe (n, α) ${}^{53}_{24}$Cr donne lieu à la formation transitoire du noyau composé ${}^{57}_{26}$Fe, lequel subit ultérieurement la désintégration α :



$${}^{57}_{26}\mathrm{Fe} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{53}_{24}\mathrm{Cr}.$$

Le calcul semi-théorique de la section efficace de la réaction exige la connaissance de la durée de vie du noyau intermédiaire.

Le calcul théorique des durées de vie des noyaux subissant la désintégration α a été entrepris dès 1929 par Gamow [8]. Celui-ci, et à sa suite, de nombreux auteurs, utilisent dans ce calcul un modèle nucléaire supposant la préexistence de la particule α dans le noyau émetteur; cette particule α se meut dans le potentiel créé par le noyau. Moyennant cette hypothèse, le calcul peut être fait de multiples façons [9] et [10].

L'énergie potentielle du système $U = f(r)$ a la forme représentée dans la figure 4.

R est le rayon nucléaire;

B est la « barrière de potentiel » $B = zZ\frac{e^2}{R}$;

E l'énergie cinétique de la particule α qui doit franchir la barrière.

Posons

$$\frac{E}{B} = \frac{R}{b} = x.$$

La « perméabilité » ou « coefficient de transmission » de cette barrière est

$$P = \exp(-2C),$$

C = exposant de Gamow

$$= \frac{(2\mu)^{\frac{1}{2}} zZe^2}{\hbar E^{\frac{1}{2}}} \left[\arccos x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}(1-x)^{\frac{1}{2}} \right]$$

(μ = masse réduite du système noyau + α).

En l'absence de barrière de potentiel, la durée de vie serait simplement égale à la « période de vibration » de la particule α dans le champ du noyau; cette période est de l'ordre de $\tau_0 \simeq 10^{-21}$ s.

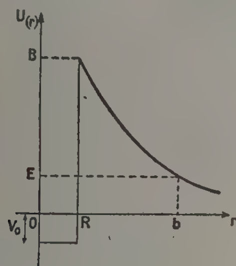


Fig. 4.

Compte tenu de la barrière de potentiel, la durée de vie devient $\tau = \frac{\tau_0}{P}$.

Le calcul de la perméabilité nécessite la connaissance du rayon nucléaire; en faisant le calcul pour les radioéléments naturels dont la durée de vie est connue, on peut déduire les valeurs des rayons nucléaires, ce qui a mené à la relation classique

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}}, \qquad \text{avec} \quad r_0 \simeq 1{,}5.10^{-13}\ \text{cm}.$$

Bethe [9] a critiqué la validité des calculs de Gamow, il ne suppose plus la préexistence de la particule α au sein du noyau et tient compte de la probabilité de formation de cette particule en supposant qu'en l'absence de barrière, l'émission d'une particule α est aussi probable que celle d'un neutron de même énergie. Pour une α de 6 MeV, la largeur du niveau d'un neutron est $\Gamma_N = 1$ V, la largeur du niveau α serait

$$\Gamma_\alpha = \Gamma_N P \qquad \text{et} \qquad \tau_0 = 10^{-15}\ \text{s}.$$

En appliquant ce calcul à la radioactivité α naturelle, Bethe propose une valeur différente des rayons nucléaires. $R = 2{,}05.10^{-13}\,A^{\frac{1}{3}}$ cm. Les barrières de potentiel seront systématiquement plus faibles.

Nous avons utilisé successivement les deux méthodes de calcul.

A. *Hypothèse de Gamow* (One-Body-Model) :

$$R = 5{,}63.10^{-13}\ \text{cm}, \quad E = 5{,}4\ \text{MeV}, \quad B = 12{,}3\ \text{MeV},$$
$$C = 4{,}32, \quad P = 1{,}8.10^{-4}, \quad \tau_\alpha = 3.10^{-18}\ \text{s}.$$

La section efficace $\sigma_{n\alpha}$ peut être reliée à celle connue de la réaction ${}^{56}_{26}\text{Fe}\,(n, \gamma)\,{}^{57}_{27}\text{Fe}$ qui vaut ~ 2 barns [3] :

$$\sigma_{n\alpha} = \sigma_{n\gamma}\frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma_\gamma} = \sigma_{n\gamma}\frac{\tau_\gamma}{\tau_\alpha}, \qquad \tau_\gamma \simeq 10^{-14}, \qquad \sigma_{n\alpha} \simeq 10^4\ \text{barns}.$$

B. *Hypothèses de Bethe* (Many-Body-Model) :

$$R = 7{,}5.10^{-13}\ \text{cm}, \quad B = 9\ \text{MeV}, \quad P = 4.10^{-1},$$
$$\tau_\alpha = 2{,}5.10^{-15}, \quad \Gamma_\alpha \simeq 0{,}4\ \text{eV}, \quad \Gamma_\gamma \simeq 0{,}1\ \text{eV},$$
$$\sigma_{n\alpha} \simeq 8\ \text{barns}.$$

Les deux résultats sont tout à fait incompatibles avec les résultats expérimentaux. On remarquera que si l'on adopte un rayon nucléaire tiré de la relation

$$R = 1{,}5.10^{-13}\,A^{\frac{1}{3}}\ \text{cm},$$

tout en gardant l'hypothèse de Bethe sur la nonpréexistence des noyaux α dans le noyau, on obtient

$$\sigma_{n\alpha} = \sigma_{n\gamma}\frac{\Gamma_N P}{\Gamma_\gamma} = 4.10^{-3}\ \text{barns},$$

résultat qui se rapproche de la valeur expérimentale trouvée plus haut.

Pour étayer cette dernière interprétation, on peut faire les remarques suivantes :

a. Les rayons nucléaires résultant des calculs de Bethe ne sont plus utilisés à l'heure actuelle; des méthodes assez variées permettent actuellement d'atteindre la valeur de ces rayons (1). Nous retiendrons la méthode récente de Hildebrand et Leith [12], qui déduisent les rayons nucléaires de la mesure des sections efficaces aux neutrons rapides de 42 MeV; dans ce domaine d'énergie, les corrections dues à la transparence sont relativement faibles, à partir de leurs résultats nous trouvons, pour ${}^{53}_{24}\text{Cr}$, un rayon de $5{,}46.10^{-13}$ cm.

Cette valeur nous donne une barrière de potentiel $B = 12{,}6$ MeV. Ces valeurs sont très proches de celles données par la théorie de Gamow, mais sont indépendantes de ses hypothèses.

On peut objecter que chaque méthode de mesure de rayons nucléaires correspond à une définition propre du rayon, dans le cas présent, il serait plus sûr d'opter pour une méthode basée sur la radioactivité α. Pearlman, Ghiorso et Seaborg [13] ont

(1) On consultera, par exemple, l'article de mise au point bibliographique de D. Curie parue au *Journal de Physique*, 1951, **12**, 941.

trouvé, pour les éléments lourds, un accord satisfaisant (~ 1 pour 100) avec la relation

$$r = 1.48\, A^{\frac{1}{3}}\, 10^{-13}\ \text{cm}.$$

L'accord entre le rayon nucléaire de $^{53}_{24}$Cr calculé par la méthode de Hildebrand-Leith et par la relation précédente enlève donc toute incertitude notable quant à la valeur de ce rayon.

b. La théorie du One-Body-Model ne semble pas s'appliquer au cas présent. Ce fait peut s'interpréter à la lumière des investigations récentes sur la radioactivité α dont on a pu étudier systématiquement une centaine de cas. Pearlman, Ghiorso et Seaborg [13] ont établi que, seuls, les noyaux à nombre pair de neutrons et de protons sont justiciables de la théorie du One-Body-Model. Pour les noyaux où l'un de ces nombres ou les deux à la fois sont impairs, cette théorie ne s'applique plus et les périodes radioactives réelles sont systématiquement plus longues que celles que l'on calculerait par la théorie; ces écarts sont variables, mais peuvent atteindre des facteurs jusqu'à 10^3. Les auteurs admettent que, dans ces noyaux à nucléons impairs, il existe des difficultés (« prohibition ») à l'assemblage des nucléons composant la particule α, ces difficultés viennent du spin des nucléons; la formation de la particule α nécessite un réarrangement des niveaux quantiques des nucléons restants, ce qui prendrait un certain temps. Nous retrouvons donc ici l'idée fondamentale de Bethe, c'est-à-dire d'avoir à tenir compte des probabilités de formation de la particule α, mais cette probabilité n'intervient que pour les noyaux à nucléons impairs, ce qui est le cas pour $^{53}_{24}$Cr ([4]).

Il faut signaler également que la durée de vie calculée est très fortement dépendante de l'énergie de l'α émise. Nos calculs précédents ont été faits avec $E = 5{,}4$ MeV (énergie déduite des masses nucléaires). Expérimentalement, nous n'avons aucune évidence pour une énergie supérieure à 5 MeV. Si nous prenons $E = 5$ MeV, la pénétrabilité P devient $P = 3.10^{-5}$ ce qui ramène la valeur $\sigma_{n\alpha}$ à 6.10^{-4} barns. Seule une meilleure connaissance des masses et spécialement de celle de $^{53}_{24}$Cr permettra de fixer E avec assez de précision pour calculer, d'une façon sûre, la section efficace de la réaction.

Ce travail a été exécuté au laboratoire de M. le Professeur Cüer à l'Institut de Physique de Strasbourg. Je remercie très sincèrement M. Cüer qui m'a suggéré et a suivi ce travail. Je remercie très vivement MM. Kowarski et Ertaud, ainsi que le personnel du Service de Conduite de la Pile pour les facilités qui nous ont été offertes au C. E. A. à Châtillon. Je remercie également M. Coche qui m'a fourni les sources de polonium, et tous mes camarades du laboratoire pour d'intéressantes discussions.

([4]) Une seconde cause pouvant causer un allongement des périodes serait une variation importante de spin entre l'émetteur α et le produit de filiation.

Manuscrit reçu le 12 mars 1952.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Hanni H. et Rossel J. — *Helv. Phys. Acta*, 1950, **23**, 513.
[2] Faraggi H. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **231**, 1475.
[3] Havens et Rainwater. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 1296.
[4] Cüer P. — *J. Physique Rad.*, 1947, **8**, 83.
[5] Livingston et Bethe. — *Rev. Mod. Phys.*, 1937, **9**, 272.
[6] Vigneron L. — *J. Physique Rad.*, 1949, **10**, 305.
[7] Locqueneux R. — *J. Physique Rad.*, 1950, **11**, 144.
[8] Gamow. — *Z. Physik*, 1929, **52**, 510.
[9] Bethe. — *Rev. Mod. Phys.*, 1937, **9**, 66.
[10] Fermi E. — Nuclear Physics, p. 55 et suiv.
[11] Curie D. — *J. Physique Rad.*, 1951, **12**, 941.
[12] Hildebrand et Leith. — *Phys. Rev.*, 1950, **80**, 842.
[13] Pearlman, Ghiorso et Seaborg. — *Phys. Rev.*, 1950, **77**, 26.

CONSIDÉRATIONS SUR L'INFLUENCE, EN FAISCEAU DIVERGENT, DE LA GÉOMÉTRIE DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL SUR LA FORME DES RAIES DE DEBYE-SCHERRER ET HULL, D'UN BATONNET TRANSPARENT

Par Cécile STORA,
Service de Radiocristallographie du Laboratoire de Chimie C, Sorbonne.

Sommaire. — Dans l'hypothèse d'une réflexion ordinaire à l'intérieur du bâtonnet transparent et pour un tube de foyer uniforme, on a défini une raie géométrique des poudres en s'appuyant sur les équations de Lihl simplifiées qui conduisent alors à une famille d'éllipses entièrement fixée par les conditions expérimentales (rayons du bâtonnet et du film 2ρ, R, ouverture de la fente $2f$, distance fente-bâtonnet, angle de diffraction 2θ, etc.). L'allure de cette raie géométrique dépend des facteurs expérimentaux $\left(\frac{f}{\rho}, \frac{R}{a}, 2\theta\right)$ dans la mesure même où ils affectent le système d'ellipses précédent, ce qui permet d'entrevoir leur influence sur la forme de la raie expérimentale.

L'influence des conditions expérimentales sur l'aspect des raies émises par un bâtonnet de poudre cristalline, bien que reconnue [1] et parfois corrigée [2], n'a guère été l'objet d'études systématiques et les usagers de la méthode des poudres travaillent encore avec empirisme. L'approche la plus précise en fut faite par A. Taylor et A. Sinclair [1], qui se basèrent sur la méthode de A. Claassen [3] des bandelettes de substance diffractante. Ils montrèrent ainsi l'effet de la divergence du faisceau, de l'ouverture de la fente, sur la forme des raies et postulèrent aussi une influence, en faisceau divergent, du rayon de la chambre ou de la distance foyer-bâtonnet, mais sans en tenter une étude mathématique qui fasse intervenir simultanément tous ces facteurs. L'influence de ceux-ci, cependant, paraîtrait pouvoir être précisée à partir d'un travail de Lihl [1], vérifié par l'expérience et qui établit en toute rigueur les équations de la largeur d'une raie émise par un bâtonnet parfaitement transparent à l'aide des seules données géométriques, en se basant sur quelques hypothèses fondamentales que nous avons conservées, (fente avant du limitateur horizontale et infiniment fine, devant un foyer linéaire plus grand qu'elle, etc...)

A. **Équation d'un point intérieur à la raie, pour un point quelconque de la fente.** — Lihl caractérise un point de la raie par la différence angulaire $2\theta_1 - 2\theta = 2\omega$, $2\theta_1$ étant l'angle expérimental CMA de diffraction et 2θ l'angle théorique. La figure 1 indique la signification des lettres 2ρ, a, $2f$, R, r, t, δ et ψ, utilisées dans la présente étude. La *face* du bâtonnet est définie par l'arc du bâtonnet visible du point K de la fente; le *dos*, par l'arc complémentaire invisible du point K. Nous avons choisi comme sens positif pour r, le sens de O vers l'extrémité F de la fente. Le changement de signe de r au passage par l'origine, provoque automatiquement l'inversion de δ. Les confusions du mémoire

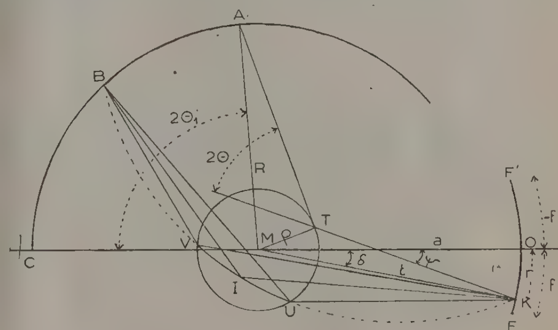


Fig. 1.

de Lihl sont ainsi évitées et les équations obtenues plus générales.

Il résulte des calculs de Lihl qu'un rayon primaire incident aboutissant en un point T de la face du bâtonnet est diffracté sous l'angle 2θ en un point A de la raie (*fig.* 1) caractérisé par la différence angulaire.

$$2\theta_1 - 2\theta = 2\omega = \psi + \arcsin\frac{a}{R} \times \left[\cos 2\theta \sin(\psi - \delta) + \sin 2\theta \sqrt{\frac{\rho^2}{a^2} - \sin^2(\psi - \delta)}\right] \quad (1)$$

et le rayon arrivant en un point du dos par

$$2\theta_1 - 2\theta = 2\omega = \psi + \arcsin\frac{a}{R} \times \left[\cos 2\theta \sin(\psi - \delta) - \sin 2\theta \sqrt{\frac{\rho^2}{a^2} - \sin^2(\psi - \delta)}\right]. \quad (2)$$

Cependant, quand Lihl passe à l'application pratique de ses formules rigoureuses, d'une part il confond $\operatorname{arc\,tg}\frac{r}{a}=\delta$ avec $\frac{r}{a}$ et $\sin(\psi-\delta)$ avec $(\psi-\delta)$, ce qui suppose ces arcs inférieurs à 3 ou 4°, mais d'autre part, bien que conservant l'arc sinus, il s'arrête dans ses calculs de 2ω à la quatrième décimale, dont on peut dire cependant qu'elle est insensible à la confusion du sinus avec l'arc jusqu'à 4° environ. Son calcul revenant donc à la confusion pratique du sinus avec l'arc, nous avons commencé par rechercher si les conditions expérimentales usuelles permettraient d'une manière générale cette confusion et à partir de quelles limites expérimentales elle ne serait plus possible.

Pour confondre l'arc avec le sinus dans (1) et (2) on doit avoir

$$\frac{a}{R}\left[(\psi-\delta)\cos 2\theta \pm \sin 2\theta\sqrt{\frac{\rho^2}{a^2}-(\psi-\delta)^2}\right] \leqq 0{,}05 \quad (3)$$

ou

$$\frac{a}{R}(\mathrm{I}\pm\mathrm{II}) \leqq 0{,}05, \quad (3\ bis)$$

avec en outre :

α. $(\psi-\delta)\leqq 0{,}05$ et $-\frac{\rho}{a}\leqq(\psi-\delta)\leqq\frac{\rho}{a}$,

c'est-à-dire en valeur absolue $\left|\frac{\rho}{a}\right|\leqq 0{,}05$. Comme la plus petite valeur de a est R, cette condition se ramène à

$$\frac{\rho}{R}\leqq 0{,}05 \quad \text{ou} \quad 2\rho\leqq 0{,}1\,R$$

β. $$\delta=\frac{r}{a}\leqq 0{,}05,$$

qui se ramène aussi à

$$2f\leqq 0{,}1\,R.$$

Recherchons la valeur la plus grande de (3) quand simultanément $(\varphi-\delta)$ et 2θ varient. La partie I de l'équation (3) est maxima quand $(\psi-\delta)$ atteint ses limites $\pm\frac{\rho}{a}$ et que $2\theta=0$ ou 180°, valeurs qui par contre annulent II. La partie II est maxima lorsque $(\psi-\delta)$ est nul et $2\theta=90°$, valeurs qui annulent I. Aux limites de I et de II, (3) prends les valeurs $\frac{\rho}{R}$. Considérons une valeur moyenne de $(\psi-\delta)$ égale en valeur absolue à $\frac{\rho}{2a}$. L'équation (3 *bis*) s'écrit

$$\mathrm{I}+\mathrm{II}=\pm\frac{\rho}{2R}(\cos 2\theta+\sqrt{3}\sin 2\theta),$$

qui, en valeur absolue. est maximum pour $2\theta=45$ ou 135°, en combinant les signes plus ou moins, ce qui donne

$$|\mathrm{I}+\mathrm{II}|=1{,}94\frac{\rho}{2R}\neq\frac{\rho}{R},$$

Donc la plus grande valeur absolue que prends le premier membre de (3) est $\frac{\rho}{R}$, c'est-à-dire que (3) se ramène à

$$\frac{\rho}{R}=0{,}05.$$

L'examen de toutes les conditions précédentes indiquent qu'elles se ramènent toutes à

$$2\rho \quad \text{ou} \quad 2f\leqq 0{,}1\,R. \quad (4)$$

Si l'on considère la petite chambre anglaise de rayon 2,86 cm, plus petite que toutes les chambres françaises ($R=3{,}82$ ou 5,75 cm), la condition (4) impose 2ρ ou $2f\leqq 0{,}29$ cm, valeurs énorme jamais employées. En fait, dans la pratique industrielle, on ne dépasse guère $2f=2\rho=0{,}1$ cm. Avec une petite chambre française ($a=5$ cm et $R=3{,}82$) (3) atteint au maximum la valeur 0,01308 qui correspond à un arc de 45 mn à peine.

On peut donc affirmer que *les chambres usuelles permettent toutes de toujours confondre le sinus avec l'arc dans les équations* (1) *et* (2), qui par suite s'écrivent

$$2\omega=\psi+\frac{a}{R}\left[(\psi-\delta)\cos 2\theta \pm \sin 2\theta\sqrt{\frac{\rho^2}{a^2}-(\psi-\delta)^2}\right] \quad (5)$$

équation du second degré en 2ω et ψ, qui est une ellipse si

$$-\frac{\rho}{a}<(\psi-\delta)<\frac{\rho}{a}.$$

Les courbes de forme elliptique de Lihl constituent alors une famille de *véritables ellipses* beaucoup plus faciles à manier, d'équation générale

$$[R(2\omega)-(R+a\cos 2\theta)\psi-a\cos 2\theta]^2 + [a^2(\psi-\delta)^2-\rho^2]\sin^2 2\theta=0. \quad (6)$$

Le centre des ellipses déterminé classiquement à partir des dérivées premières a pour coordonnées

$$\psi=\delta=\frac{r}{a}, \qquad 2\omega=\delta=\frac{r}{a}.$$

Lorsque r varie de $-f$ à $+f$, il se déplace sur la droite

$$2\omega=\psi=\frac{r}{a}. \quad (7)$$

L'équation au centre des ellipses par rapport à deux axes $2\omega'$ et ψ' parallèles aux premiers, se déduit de (6) en y posant

$$2\omega'=2\omega+\delta \quad \text{et} \quad \psi'=\psi+\delta.$$

On obtient

$$[R(2\omega')-(R+a\cos 2\theta)\psi']^2 + (a^2\psi'^2-\rho^2)\sin^2 2\theta=0. \quad (8)$$

Cette équation est *indépendante* de r. Le point K de la fente se déplaçant de F à F′ l'*ellipse se translate parallèlement à elle-même, sans se déformer, son centre glissant sur la droite d'équation* (7).

On ne peut donc, en aucun cas, observer pour un même 2θ l'inversion de 180° du grand axe que mentionnent les figures de Lihl après le passage du point K à l'origine. Cette pseudo-inversion de ses courbes elliptiques provient uniquement du changement de signe qu'il apporte à ψ et δ pour la commodité de ses calculs.

L'équation (8) peut se mettre sous la forme

$$[(R + a\cos 2\theta)^2 + a^2 \sin^2 2\theta]\psi'^2 - 2R(R + a\cos 2\theta)\psi'(2\omega') + R^2(2\omega')^2 - \rho^2 \sin^2 2\theta = 0,$$

c'est-à-dire

$$A\psi'^2 + 2B\psi'(2\omega') + C(2\omega')^2 + H = 0. \qquad (9)$$

L'équation réduite des ellipses peut alors s'écrire classiquement en prenant deux nouveaux axes Ψ et 2Ω inclinés de μ sur ψ' et $2\omega'$:

$$\frac{\Psi^2}{\dfrac{2\rho^2 \sin^2 2\theta}{a^2(K'+M')}} + \frac{(2\Omega)^2}{\dfrac{2\rho^2 \sin^2 2\theta}{a^2(K'-M')}} - 1 = 0; \qquad (10)$$

avec K' et M' tels que

$$K = A + C = a^2 K', \qquad M = \sqrt{4B^2 + (A - C)^2} = a^2 M',$$

le signe de M' étant celui de B dans l'équation (9). K' et M' sont uniquement fonction de $\frac{R}{a}$ et $\cos 2\theta$.

Donc *le grand axe comme le petit axe des ellipses sont proportionnels au rayon* ρ *du bâtonnet et à* $\frac{1}{R}$

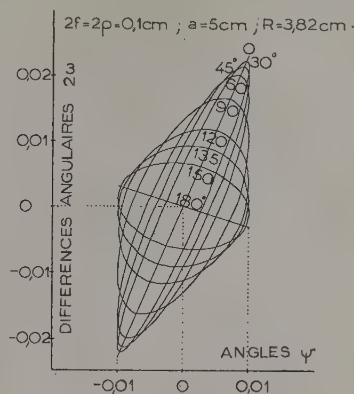


Fig. 2.

dans le cas le plus général où $a = R$. Ils sont indépendants de l'ouverture de la fente.

L'aire des ellipses prend la valeur simple

$$\pi \frac{\rho^2}{aR} \sin 2\theta.$$

B. **Signification des ellipses : définition de la raie géométrique de poudre.** — Lihl ne s'est servi de ses courbes elliptiques que pour déterminer les bords interne et externe de la raie fournis

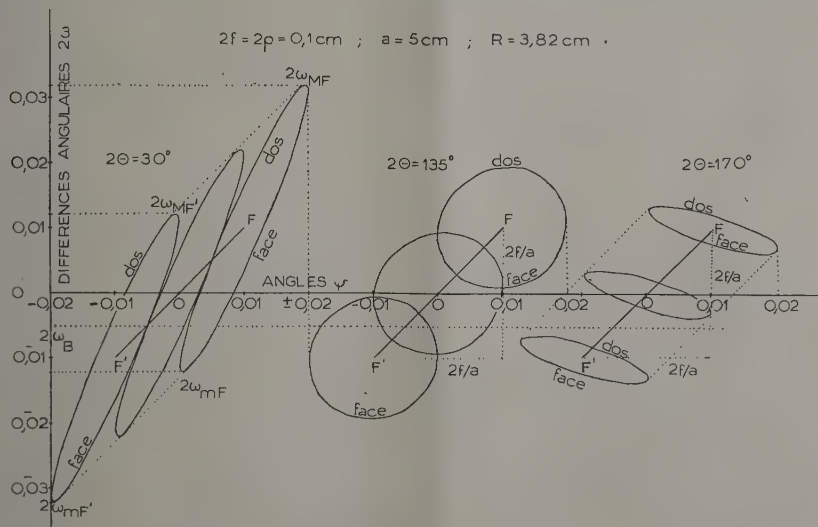


Fig. 3.

par le maximum et le minimum de ses courbes, mais elles signifient bien plus. En effet, si pour le point K de la fente, la partie supérieure des ellipses ($2\omega'$, ψ') comprise entre les deux tangentes verticales $\psi' = \pm\frac{\rho}{a}$, correspond bien à la diffrac-

tion par la face du bâtonnet et la partie inférieure à la diffraction par le dos (*fig.* 3), l'intérieur de l'ellipse, lui, renseigne sur la diffraction par l'intérieur du bâtonnet. Il s'ensuit, que la corde de l'ellipse interceptée par la parallèle à l'axe des ψ menée du point $2\,\omega_B$ de la raie, mesure l'ouverture $\Delta\psi$ du pinceau incident dont chacun des rayons à l'intérieur du bâtonnet est diffracté sous *l'angle constant* $2\,\theta$ au point considéré B ou A de la raie. Ce lieu des points du bâtonnet qui diffractent ainsi en A ou B, étant sur un même cercle focal (segment capable) que les points K de la fente et A ou B de la raie $\left(\text{rayon du cercle focal : } m = \frac{KB}{\sin 2\theta}\right)$, *l'angle solide plan du pinceau diffracté est toujours égal à celui du pinceau incident, c'est-à-dire à la corde de l'ellipse* (*fig.* 1).

Passons maintenant de la géométrie pure à la réalité physique. Le point K de la fente est représenté physiquement par une longueur élémentaire dr. Il envoie dans la direction moyenne KI un pinceau élémentaire $d\psi$, infiniment petit. L'approximation (4) dans laquelle nous nous sommes placés revient à supposer l'élément dr du point K sur un arc de cercle de centre O et de rayon a. La normale à l'élément dr est donc le rayon a qui fait avec la direction moyenne KI l'angle $(\psi - \delta)$. Soit e_λ, l'intensité spécifique du faisceau sortant par l'élément dr de la fente-source dans la direction KI, c'est-à-dire l'énergie émise par seconde dans cette direction, rapportée à l'unité d'angle solide et à l'unité de surface rayonnante comptée normalement à la direction d'émission. En première approximation, la direction KI étant ici toujours voisine de la normale (rayon a), nous supposerons e_λ *constante tout le long de la fente-source*, ce qui impose le foyer *du tube parfaitement uniforme.*

L'énergie transportée par le pinceau élémentaire incident est alors donné par

$$\mathrm{d}w = e\cos(\psi - \delta)\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\psi,$$

permettant le cas échéant le calcul de l'énergie transportée par tout le faisceau incident limité aux deux tangentes KP et KQ menées de K au bâtonnet, lorsque K parcourt la fente.

Considérons ensuite le faisceau diffracté qui arrive en B sur le film en provenance du seul *point géométrique* K de la fente après réflexion sur l'élément de cercle focal UV. Son ouverture, identique à celle du faisceau incident, a pour valeur l'intersection de l'ellipse relative au point K, par la parallèle à l'axe des ψ menée du point $2\,\omega_B$ des ordonnées du diagramme $(2\omega, \psi)$.

Plaçons-nous dans l'hypothèse arbitraire, que la réflexion sur l'élément UV est une *réflexion ordinaire,* analogue à celle d'un miroir concave par exemple, de coefficient réflecteur très faible le même pour tous les éléments de cercles focaux à l'intérieur du bâtonnet. Nous appellerons « *raie géométrique de poudre* », la raie théorique qui résulterait d'une telle hypothèse.

Soit E_λ l'intensité spécifique du rayonnemen hypothétique réfléchi au point I de l'arc UV dan la direction IB, c'est-à-dire, l'énergie reçue pa seconde en B, dans la direction IB rapportée l'unité d'angle solide plan et à l'unité de surfac réceptrice comptée normalement à la direction d réception. Au point géométrique B de la raie répon en fait, un élément physique $\mathrm{d}L = R\,\mathrm{d}2\omega$, dont l normale, qui est le rayon du film, fait avec la direc tion moyenne IB l'angle $(2\,\omega - \psi)$. Le rayon de l chambre étant grand devant le rayon ρ du bâtonne (c'est-à-dire la direction IB toujours voisine de l normale en B) et l'intensité spécifique du rayon nement incident e_λ étant supposée constante on pourrait, en première approximation, suppose aussi E_λ *constante* en tous les points à l'intérieu du bâtonnet.

Voyons cependant, en fait, de quelles variable pourrait dépendre E_λ si le rayonnement étai diffracté et non réfléchi au sens ordinaire du mot Au point I de l'arc UV, on peut assimiler la diffu sion des rayons X à la réflexion *sur un plan d'atome* tangent en I au cylindre focal de hauteur ε (celle d plan d'observation, supposé infiniment mince) On sait qu'avec un faisceau incident parallèle l'onde totale diffractée par un plan d'atomes a pou expression [4]

$$S = -\frac{i\lambda M f(2\gamma, k)}{\sin\gamma}\, e^{\frac{2\pi i}{\lambda}(ct - \mathrm{IB})},$$

où M est le nombre d'atomes par unité d'aire $f(2\,\gamma, k)$ le facteur de structure atomique multipli par la diffraction d'un électron libre; γ l'angle qu fait la direction positive du rayon dans le pla équatorial avec la tangente à l'arc UV dans le pla et $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. L'amplitude de cette onde ne dépen pas de IB et demeurerait constante pour λ, γ, M et f fixés. Mais S dépend de IB par la phase et n'a été établie que pour des rayons incidents parallèles ce qui n'est nullement notre cas. Néanmoins l précédente remarque laisserait entrevoir une inter vention du facteur de structure géométrique F dans une expression théorique de E_λ.

En demeurant donc, pour le moment, dans l'hypo thèse arbitraire d'une réflexion ordinaire attri buant au rayonnement réfléchi une intensité spéci fique E_λ constante en tous les points du bâtonnet la puissance qui arriverait sur l'élément $\mathrm{d}L = R\,\mathrm{d}2\omega$ de la raie dans l'angle solide élémentaire plan $\mathrm{d}\psi$ de direction moyenne IB, serait égale à

$$\mathrm{d}w'_B = E_\lambda R\cos(2\,\omega - \psi)\,\mathrm{d}2\,\omega\,\mathrm{d}\psi$$

et l'énergie transportée par tout le faisceau d'ouver ture angulaire $(\psi_2 - \psi_1)$ (égale à la corde de l'ellips coupée par la parallèle à l'axe des ψ menée du poin

d'ordonnée $2\omega_B$), en provenance du seul point K de la fente, serait

$$w'_B = ER\, d2\omega \int_{\psi_1}^{\psi_2} \cos(2\omega - \psi)\, d\psi,$$

c'est-à-dire, dans l'approximation initiale (3),

$$w'_B = ER(\psi_1 - \psi_2)\, d2\omega.$$

w'_B est donc proportionnelle à l'aire élémentaire rectangulaire de l'ellipse, bâtie sur la corde $(\psi_2 - \psi_1)$ section de l'ellipse par la parallèle à l'axe des ψ menée du point $2\omega_B$ et la hauteur $d2\omega$.

Lorsque le point B se déplace d'une extrémité à l'autre de la raie, l'énergie dW' reçue sur la raie, en provenance du seul point K de la fente serait

$$dW' = ER \int_{2\omega_m}^{2\omega_M} (\psi_2 - \psi_1)\, d2\omega,$$

où l'intégrale représente l'aire totale de l'ellipse du point K. Par suite,

$$dW' = E\frac{\pi\rho^2}{a}\sin 2\theta,$$

qui est proportionnelle à la section droite $\pi\rho^2$ du bâtonnet, donc *au volume* dv de la poudre cristalline si l'on admet une hauteur ε pour le plan de l'horizon. On retrouve le résultat connu.

Si au lieu de calculer l'énergie transportée par tout le faisceau d'ouverture $(\psi_2 - \psi_1)$ sur l'élément dL de la raie, nous avions calculé l'énergie reçue sur la raie après réflexion du même pinceau incident élémentaire $d\psi$ de direction moyenne KI sur tous les éléments de cercles focaux rencontrés dans le bâtonnet, cette énergie serait

$$dW' = ER\, d\psi \int_{2\omega_1}^{2\omega_2} \cos(2\omega - \psi)\, d2\omega$$
$$= RE(2\omega_2 - 2\omega_1)\, d\psi$$

dans l'approximation (4). L'ouverture élémentaire $d\psi$, aussi petite qu'on le veut, est représentée sur le diagramme d'une ellipse par la position moyenne ψ_I du rayon KI. La contribution angulaire à la largeur de la raie $(2\omega_2 - 2\omega_1)$ correspond à l'intersection d'une ellipse par la parallèle à l'axe des 2ω menée du point d'abscisse ψ_T.

L'énergie élémentaire reçue sur la raie serait donc proportionnelle à l'aire élémentaire de l'ellipse, bâtie sur la corde $(2\omega_2 - 2\omega_1)$ et la hauteur $d\psi$.

On rejoint ainsi le mode de calcul de A. Taylor et A. Sinclair. Les points $2\omega_2$ et $2\omega_1$ de notre ellipse correspondraient à leurs points G et H (source ponctuelle et divergente). La courbe enveloppe de leur « line-contour matrice » de forme elliptique tellement caractéristique, bien que calculée point par point, s'identifierait aux ellipses (10), mais à une autre échelle et à ceci près que (10) fournirait une équation précise de l'enveloppe permettant une étude systématique de l'influence des différents facteurs géométriques sur la forme de la raie. Avec un bâtonnet transparent (source pontuelle), les nombres compris à l'intérieur de la matrice de A. Taylor et A. Sinclair seraient constants et notre ellipse suivant leur méthode se trouverait partagée en carrés élémentaires renfermant le même nombre le long de rangées verticales et horizontales. L'intensité en un point de la raie, que A. Taylor et A. Sinclair obtiennent en portant sur un graphique les nombres inclus dans une rangée horizontale et en cherchant l'aire sous la courbe obtenue, serait égale ici (transparence totale) à l'aire d'un rectangle dont la base n'est autre que la section de l'ellipse $(\psi_2 - \psi_1)$ et la hauteur, l'aire de l'élément de substance diffractante $\left[\frac{1\ \text{cm}^2}{(\rho\ \text{cm}^2)}\right]$, nécessairement proportionnelle à la largeur élémentaire dL de la raie sous-tendue par cet élément sous l'angle 2θ, c'est-à-dire en définitive, au produit $(\psi_2 - \psi_1)\, dL$. Les deux méthodes paraissent donc se recouper.

Lorsque le point K se déplace sur la fente de F′ à F, les ellipses se translatent parallèlement à elles-mêmes sur la droite lieu de leur centre (*fig.* 3). L'élément $d2\omega$ relatif à l'élément dL du point B de la raie $(2\omega_{mF'} < 2\omega_B < O)$, découpe sur chacune des ellipses qui défilent, une aire rectangulaire de hauteur $d2\omega$ infiniment petite et de longueur, la corde correspondante de chacune des ellipses coupées par la parallèle à l'axe des ψ menée du point $2\omega_B$ des ordonnées. La somme totale des aires élémentaires embrassées par l'élément $d2\omega$ des ordonnées est, en définitive, égale à la portion d'aire de la première ellipse (F′ par exemple) comprise entre le point d'ordonnée $2\omega_B$ et une ordonnée $2\omega_i$ située au-dessous

$$\int_{2\omega_i}^{2\omega_B} (\psi_2 - \psi_1)\, d2\omega$$

à une distance égale à la différence des ordonnées des centres des ellipses terminales $\left(\frac{2f}{a}\right)$, si celle-ci est inférieure à la distance $2\omega_B - 2\omega_{mF}$. Si $\frac{2f}{a}$ est supérieur ou égal à $2\omega_B - 2\omega_{mF}$, la somme est au plus égale à la portion d'aire de la première ellipse située au-dessous de la droite d'ordonnée $2\omega_B$, car la fente s'ouvrant davantage cette droite, $2\omega_B$, ne couperait plus les ellipses correspondantes.

La puissance totale reçue par l'élément dL au point B de la raie (la fente étant ouverte), serait proportionnelle à

$$W_B = RE \int_{2\omega_i}^{2\omega_B} (\psi_2 - \psi_1)\, d2\omega \qquad (m_{F'} \leq i \leq 2\omega_B).$$

Lorsque le point B parcourt la raie, de son bord interne ($m_{F'}$, par exemple) au milieu de la raie, la courbe obtenue en portant en ordonnées les W_B et en abscisses les 2ω, représenterait *la répartition de l'énergie sur la moitié de la raie géométrique.*

Étant parti du bord interne de la raie, $i = m_{F'}$ et l'intégrale de W_B représente la portion d'aire croissante de la première ellipse relative au point F′ à partir de son minimum, jusqu'au moment où l'ordonnée $2\omega_B$ devient tangente à la partie inférieure de l'ellipse relative au point F. Lorsque $2\omega_B$ coupe l'ellipse du point F, l'énergie devient proportionnelle à la différence des aires croissantes de l'ellipse du point F′ et de celle du point F.

Le tracé des courbes $\frac{W_B}{RE}$ fournira l'*allure des raies géométriques* à laquelle *la forme des raies* est proportionnelle.

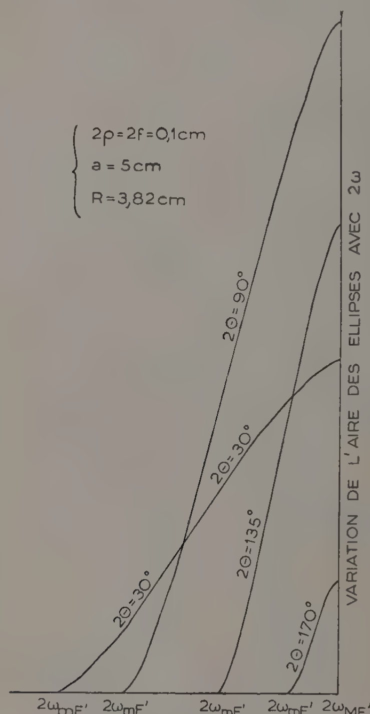


Fig. 4.

C. **Variation de l'allure des raies géométriques en fonction des conditions expérimentales.** — 1. Détermination graphique de la variation de l'aire des ellipses en fonction de 2ω. — *a.* 2ρ, *variable* R, a, θ, *fixes.* — Nous avons choisi la petite chambre française : $R = 3{,}82$ cm; $a = 5$cm; $2\rho = 2f = 0{,}1$ cm. Les ellipses furent tracées point par point d'après la formule (5) pour $2\theta = 0$, 10, 30, 45, 60, 90, 120, 135, 150, 170, 180°. On obtient ainsi les courbes de la figure 2 semblables aux courbes elliptiques de Lihl, essentiellement variables avec 2θ.

On a déterminé la courbe de variation de l'aire S de chaque ellipse avec 2ω, en comptant le nombre de millimètres carrés découpés sur l'ellipse lorsque 2ω varie de 0,0002 en 0,0002. On a ainsi obtenu les courbes de la figure 4.

Les courbes des figures 2 et 4 sont encore valables si, R et a gardant les mêmes valeurs, ρ est multiplié par un facteur n car, dans ces conditions, seul ρ varie dans l'équation des diamètres des ellipses (10) et, faire varier ρ, revient à multiplier simplement par n les unités des deux axes de coordonnées des ellipses. Si les courbes de la figure 4 avaient été tracées dans le cas où $a = R$, les mêmes courbes pourraient être gardées avec des unités différentes sur les axes de coordonnées, non seulement lorsque ρ varie mais aussi lorsque R varie, car les diamètres des ellipses deviennent alors proportionnels à $\frac{1}{R}$.

En général, la courbe de variation de l'aire des ellipses avec 2ω dépend des facteurs géométriques R, ρ, a, 2θ, dans la mesure même où la forme et les dimensions des ellipses en dépendent.

b. Étude de la forme et des dimensions des ellipses avec ρ, R et a.

α. *Variation de la longueur des axes des ellipses.* — 1° *Avec* ρ. — Les deux axes sont directement proportionnels à ρ [équation (10)].

2° *Avec* $\frac{R}{a}$. — Les deux axes en dépendent par K' et M' [équation (10)]. Le signe de M' est celui de B dans (9), c'est-à-dire positif ou négatif suivant que $\cos 2\theta$ est inférieur ou supérieur à $\frac{R}{a}$. Dans le premier cas l'axe court de l'ellipse se trouve suivant l'axe des Ψ et l'axe long suivant 2Ω; dans le second cas l'inverse se produit.

Pour $\cos 2\theta = -\frac{R}{a}$, le calcul montre que l'ellipse se transforme sur place, le diamètre suivant les Ψ gardant la valeur constante $\frac{\rho}{a}$, tandis que le diamètre suivant les 2Ω prend la valeur $\frac{\rho}{R}\sqrt{1-\frac{R}{a^2}}$. Lorsque $\frac{R}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ l'ellipse devient un *cercle.*

β. *Variation de l'inclinaison du grand axe sur* ψ'. — L'inclinaison μ de l'un des axes de l'ellipse sur ψ' se tire classiquement de (9) par l'expression

$$\operatorname{tg} 2\mu = \frac{2B}{A-C} = -\frac{2R}{a}\,\frac{\left(\frac{R}{a}+\cos 2\theta\right)}{\left(\frac{2R}{a}\cos 2\theta+1\right)}$$

uniquement fonction de 2θ et de $\frac{R}{a}$.

L'étude élémentaire de la variation de 2μ en fonction de 2θ conduit à retrouver séparés le cas des chambres de Lihl pour lesquelle $0 \leq \frac{R}{a} \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$

et celui des chambres photographiques françaises où $\frac{1}{\sqrt{2}} \leq \frac{R}{a} \leq 1$. Dans le premier cas 2μ croît toujours avec 2θ et les axes des ellipses se meuvent dans le sens inverse des aiguilles d'une montre; dans le second cas 2μ décroît toujours avec 2θ et les axes des ellipses se meuvent dans le sens direct. Si $\frac{R}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, les axes demeurent immobiles lorsque 2θ varie [cas α (2°)].

2. Allure des raies géométriques. — En général, le minimum de $2\,\omega_{mF}$ de l'ellipse du point F (*fig.* 3), se trouvera au-dessous ou au-dessus du maximum $2_{MF'}$ de l'ellipse du point F′, suivant que la contribution d'un point de la fente à la largeur de la raie sera supérieure ou inférieure à la distance $\frac{2f}{a}$ des centres des ellipses terminales F et F′.

Or, cette contribution est définie par la distance $\Delta 2\omega$ séparant le maximum $2\,\omega_M$ du minimum $2\omega_m$ de l'ellipse relative à ce point de la fente et dont les coordonnées s'obtiennent en annulant le coefficient angulaire de la tangente à la courbe d'équation (8). On vérifierait que ces coordonnées sont identiques à celles qui furent établies par N. H. Kolkmejer et A. L. Moesveld (signalées par Lihl) dans l'approximation où ils se sont placés, ce qui signifie que notre approximation (3) est identique à la leur, bien que par une autre méthode. On trouve alors par ce calcul

$$\Delta 2\omega = 2\omega_M - 2\omega_m = 2\frac{\rho}{R}\sqrt{1 + \frac{R^2}{a^2} + \frac{2R}{a}\cos 2\theta}. \quad (11)$$

Les ellipses terminales F′ et F seront donc séparées pour un angle $2\theta_l$ tel que $\Delta 2\omega = \frac{2f}{a}$, c'est-à-dire pour

$$\cos 2\theta_l = \left[\frac{R^2}{a^2}\left(\frac{f^2}{\rho^2} - 1\right) - 1\right]\frac{1}{\frac{2R}{a}}. \quad (12)$$

Trois cas sont alors à considérer pour tracer l'allure des raies géométriques :

a. $2\theta > 2\theta_l$, *c'est-à-dire* $2\,\omega_{mF} > 2\,\omega_{mF'}$. — Les projections des ellipses terminales F et F′ sur l'axe des 2ω peuvent être largement séparées (*fig.* 3, $2\theta = 170°$ avec $2f = 2\rho = 0{,}1$ cm, $a = 5$ cm, $R = 3{,}82$ cm); cas de la petite chambre française). La courbe de variation de $\frac{W_B}{RE}$ fournissant l'allure de la demi-raie géométrique, s'obtient en traçant d'abord la variation de l'aire de l'ellipse F′ (*fig.* 4) lorsque 2ω varie, de $2\omega_{mF'}$ à $2\,\omega_{MF'}$. Mais à partir de $2\,\omega_{MF'}$ et jusqu'à $2\,\omega_{mF}$, l'énergie reçue par la raie géométrique serait constamment proportionnelle au maximum de la variation de l'aire d'une ellipse et demeurerait constante. *La raie géométrique passe donc par un plateau* dont le milieu coïncide avec le centre $2\omega_0$ de la raie (*fig.* 5; $2\theta = 170°$).

L'apparition de ce plateau vers les grands angles de diffraction a été prévue et obtenue par A. Taylor et A. Sinclair et fut attribuée par eux à l'ouverture de la fente, le foyer du tube étant uniforme. En fait, l'angle $2\theta_l$ d'apparition de ce plateau, donné par la formule (12), n'est pas uniquement fonction de f mais aussi de R, ρ, a, ou mieux des rapports $\frac{f}{\rho}$ et $\frac{R}{a}$.

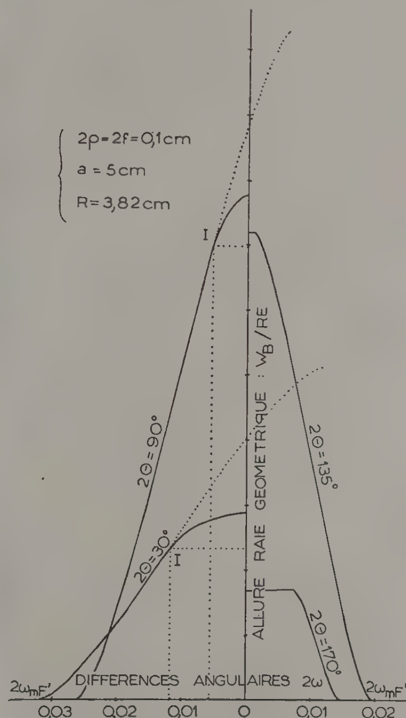


Fig. 5.

Prenons comme variable, $\frac{R}{a}$ et dérivons $\cos 2\theta_l$. On trouve entre parenthèse l'expression

$$\frac{R^2}{a^2}\left(\frac{f^2}{\rho^2} - 1\right) + 1,$$

qui conduit à envisager deux sous-cas.

α. $f \geq \rho$ [en se souvenant de la condition (4)]. — $2\theta_l$ décroît avec $\frac{R}{a}$. Par exemple, pour $f = 2\rho$ avec $\frac{R}{a} = 1$ on trouve $\theta_l = 0$. Le plateau apparaîtrait dès l'origine des angles θ. Par contre, si $a = 3R$, la raie serait toujours en cloche jusqu'à $2\theta = 180°$, etc. Mais, pour une même valeur de $\frac{R}{a}$, $2\theta_l$ diminue avec $\frac{f}{\rho}$, comme l'indique la dérivée de $\cos 2\theta_l$ par rapport à $\frac{f}{\rho}$.

β. $f < \rho$. — $2\theta_l$ croît avec $\frac{R}{a}$ pour $0 < \frac{R}{a} < 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{f^2}{\rho^2}}}$ et décroît ensuite jusqu'à ce que $\frac{R}{a}$ atteigne 1.

b. $2\theta = 2\theta_l$. — Les ellipses terminales F et F′ sont tangentes à la parallèle à l'axe des ψ menée du centre $2\omega_0$ de la raie. L'allure de la demi-raie géométrique serait exactement celle de la variation de l'aire de l'ellipse correspondant à cet angle $2\theta_l$.

c. $2\theta < 2\theta_l$ *c'est-à-dire* $2\omega_{mF'} < 2_{mF} < 2\omega_{MF'}$. — La courbe $\frac{W_B}{RE}$ pour l'angle 2θ considéré s'obtient en traçant d'abord la variation de l'aire de l'ellipse du point F′ à partir de son minimum $2\omega_{mF'}$ jusqu'à un point I (*fig.* 5) distant de $\frac{2f}{a}$ du point $2\omega_{mF'}$ sur l'axe des 2ω. A partir du point I on opère par différence entre la fin de la courbe de variation de l'aire de l'ellipse du point F′ (pointillé sur la figure 5 pour $2\theta = 30$ et 90^0) et le début de la courbe relative au point F (courbe identique à celle du point F′) débutant en I.

La raie géométrique s'applatira donc au sommet, d'autant plus que le point $2\omega_{mF}$ sera plus voisin du point $2\omega_{mF'}$, c'est-à-dire que $\frac{2f}{a}$ sera plus petit ou $\frac{\rho}{R}$ plus grand (cas $a = R$). Cependant elle demeure *en cloche.*

d. Conclusion. — L'allure des raies géométriques dépend essentiellement des courbes représentant la variation des aires des ellipses. Elle *varie donc avec les facteurs R, ρ, a, f, 2θ, dans la mesure même où ces facteurs affectent la forme, les dimensions et la position respective des ellipses* (§ C, *b*).

D. **Raie expérimentale et raie géométrique.** — La raie expérimentale diffère nécessairement de la raie géométrique, par suite de l'interférence des rayons issus de points différents de la fente et aboutissant au même point de la raie. Néanmoins, la *raie expérimentale s'insère dans la raie géométrique*, qui représente le maximum de rayons susceptibles d'arriver sur le film. Donc, tous les facteurs qui affectent la raie géométrique, c'est-à-dire *le système d'ellipses imposé par les conditions expérimentales*, affecteront aussi la raie expérimentale.

En particulier, si les conditions géométriques $\left(\frac{f}{\rho}, \frac{R}{a}, 2\theta\right)$ sont telles que la différence angulaire du minimum de l'ellipse du point F ($2\omega_{mF}$), soit très largement supérieure à celle du maximum $2\omega_{MF'}$ de l'ellipse du point F′, l'énergie reçue en un point B de la raie, de différence angulaire $2\omega_B$ comprise entre ce minimum et ce maximum, proviendra *d'un ensemble r de points de la fente* défini par la distance $\frac{r}{a}$ des centres des ellipses tangentes intérieurement à la parallèle à l'axe des ψ menée du point $2\omega_B$ de l'axe des ordonnées. Cette distance $\frac{r}{a}$ est égale à celle qui sépare le minimum du maximum d'une ellipse (11), donc varie avec R, ρ, a, θ. Cependant, pour R, ρ, a fixés r varie essentiellement avec 2θ.

Lorsque, pour un 2θ déterminé, le point $2\omega_B$ parcourt la distance séparant $2\omega_{MF'}$ de $2\omega_{mF}$ (les autres conditions géométriques étant fixées) l'ensemble des points de la fente dont les rayons aboutissent après diffraction au point B de la raie, garde une longueur constante, mais se déplace sur l'arc de cercle FF′ qui caractérise la fente. Si le foyer du tube est uniforme, l'intensité incidente contribuant au phénomène de diffraction dans le bâtonnet est constante. De même l'énergie qui est diffractée sous l'*angle* 2θ *constant*, par toute la section du bâtonnet. Autrement dit, *un plateau semblerait devoir apparaître sur la raie expérimentale pour le même angle* $2\theta_l$ *qui le fait apparaître sur la raie géométrique*, l'étendue de ce plateau (déjà étudiée par A. Taylor) et sa hauteur devant varier avec les conditions géométriques de l'expérience.

Toute une étude expérimentale systématique de la forme des raies émises par un bâtonnet transparent (béryllium) paraît donc à entreprendre d'une façon encore plus rationnelle que celle de A. Taylor et A. Sinclair, le faisceau incident étant toujours divergent avec les chambres ordinaires malgré la finesse des limitateurs. Une telle étude (des plateaux pour commencer) permettrait, peut-être, l'introduction précise de tous les facteurs géométriques de l'expérience dans l'expression théorique de l'intensité d'une raie émise par un bâtonnet de poudre cristalline transparente.

Manuscrit reçu le 30 janvier 1952.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Regler F. — *Physik. Z.*, 1931, **17**, 680-687. — F. Lihl. — *Z. Krist.*, 1932, **81**, 142-147; *Z. Krist.*, 1932, A, **83**, 193-221. — Taylor A. et Sinclair A., *Proceed. Phys. Soc.*, 1945, **57**, 108. — Stora C. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **232**, 84; *J. Physique*, 1952, **13**, 28-34. — Kolkmejer N. H. et Moesveld A. L. — *Z. Krist.*, 1931, **80**, 63-90; *Physik. Z.*, 1932, **33**, 265-269.

[2] Klark C. L. — Applied X-Rays, Mc Graw Hill Co, 1940. — Jones E. W. — *Proc. Roy. Soc.*, 1938, **166** A 16-43. — Shull C. G. — *Phys. Rev.*, 1946, **70**, 679.

[3] Classen A. — *Phil. Mag.*, 1930, 57. — Blake F. C. — *Rev. Mod. Phys.*, 1933, **5**, 169. — Bradley A. J. — *Proc. Phys. Soc.*, 1935, **47**, 879. — Mc Keehan L. W. — *J. Frank Inst.*, 1922, **193**, 231.

[4] Compton A. H. et Allison S. K. — X-Rays in thory and experiment, Mc Millian and Co, 1935.

ÉTUDE DE QUELQUES FACTEURS PHYSICO-CHIMIQUES INFLUENÇANT LA LONGUEUR DES TRACES DANS LES ÉMULSIONS NUCLÉAIRES

Par M. H. BRAUN.
Institut de Physique, Faculté des Sciences, Strasbourg.

Sommaire. — On étudie systématiquement l'influence de différents facteurs sur la longueur des traces dans les émulsions Ilford 50 μ.

Les mesures d'observateurs différents sont cohérentes entre elles. Le sous-développement peut avoir un effet raccourcissant. Le pouvoir d'arrêt des plaques chargées au Li est le même que celui des plaques ordinaires, par contre, le pouvoir d'arrêt des plaques chargées au B est diminué d'environ 1,4 pour 100. La variation du pouvoir d'arrêt en fonction de l'humidité relative au moment de l'exposition est mesurée; celle-ci est trouvée inférieure à 1 pour 100 pour une H. R. $\leqq 58°$ ceci pour les plaques au Li pour lesquelles l'effet d'humidité est le plus marqué.

On a constaté une augmentation du pouvoir d'arrêt lorsqu'on passait d'une plaque E_1 à une C_2, puis à une D_1.

On donne une valeur des parcours α du Th C' et Th A pour les plaques E_1 et C_2.

Introduction. — Un des progrès récents de la technique des émulsions nucléaires a consisté à améliorer la précision des relations parcours-énergies. L'ensemble des progrès des différentes techniques nucléaires permet de mieux connaître les bilans énergétiques des réactions et il en résulte que les énergies des particules émises sont ainsi mieux connues.

D'autre part, les techniques de mesures des parcours se sont affinées et atteignent une très grande précision du point de vue statistique [1].

On a trouvé dans la littérature certaines critiques, qui sans nier l'amélioration des mesures relatives aux différents points des courbes parcours-énergies, mettaient en doute la reproductibilité de ces mesures en raison de l'intervention de différents facteurs physico-chimiques (humidité ambiante, influence de l'observateur, etc.) qui peuvent influer sur la longueur des traces obtenues dans l'émulsion photographique.

A part quelques études fragmentaires [1], [2], [3], [4], aucune étude systématique n'avait été entreprise pour contrôler ces influences.

Il nous a donc semblé nécessaire de faire une étude quantitative plus approfondie et systématique des principaux facteurs qui interviennent d'une façon habituelle dans la pratique de la technique des émulsions nucléaires commerciales.

Au moyen des traces α + lithium de la réaction des neutrons lents sur le bore



$$^{10}_{5}\mathrm{B} + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{7}_{3}\mathrm{Li}^*$$

Cüer et Lonchamp [1] avaient déjà mis en évidence le rôle de certains de ces facteurs, mais en raison de la faible longueur de ces traces ($\sim 7\,\mu$), l'interprétation statistique des mesures s'avérait difficile. Nous avons repris ces investigations en utilisant des traces nettement plus longues qui nous ont permis de déceler des variations plus faibles.

1. Techniques expérimentales. — 1.1. OBTENTION DES TRACES DANS L'ÉMULSION. *a*. Nous avons utilisé les traces α + triton de la réaction des neutrons lents sur le lithium



$$^{6}_{3}\mathrm{Li} + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{3}_{1}\mathrm{H}.$$

Le lithium est incorporé dans la couche sensible au moment de sa fabrication sous forme de citrate de lithium.

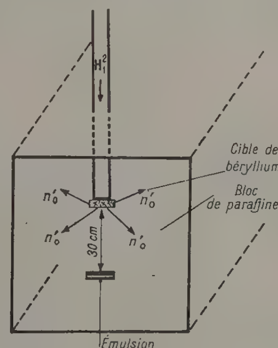


Fig. 1.

Les neutrons lents sont fournis par le générateur à haute tension de l'Institut de Recherches nucléaires de Strasbourg (*fig.* 1) ([1]).

Par suite de la conservation des quantités de mouvement, le triton et la particule α sont éjectés à 180° l'un de l'autre et, sans précaution spéciale, il n'est pas possible de distinguer l'origine des deux particules et nous aurons l'apparence d'une trace

([1]) Je remercie très vivement M. le Professeur Gorodetzky pour toutes les facilités qu'il a bien voulu m'accorder à l'Institut de Recherches nucléaires de Strasbourg.

continue, unique dont la longueur est d'environ 43 μ (*fig.* 2) (²).

b. Nous avons également utilisé les traces α de la radioactivité naturelle et spécialement, pour raison de commodité, les longues traces du Th C' ($\sim 47\ \mu$) et du Th A ($\sim 32\ \mu$).

Le thorium est introduit dans l'émulsion sous la forme de nitrate par la technique classique de l'imprégnation.

c. Toutes les plaques utilisées dans ce travail sont des émulsions commerciales Ilford de 50 μ d'épaisseur vierge dont les dates de fabrication s'échelonnent sur deux ans. Ces plaques ont été conservées à 5°C et développées à l'I. D. 19 selon la technique habituelle [5].

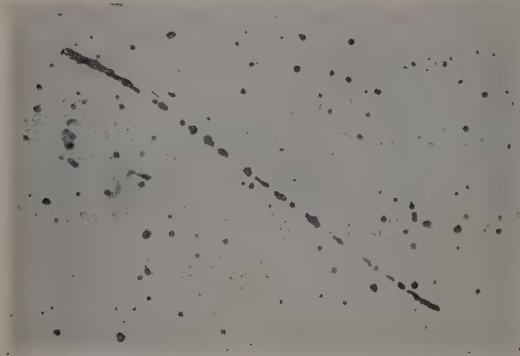


Fig. 2.

1.2. Procédés de mesures. — Le microscope utilisé pour l'examen des traces a un grossissement intrinsèque d'environ 2 600. L'oculaire est muni d'une échelle à 200 traits/cm. L'éclairage comporte un filtre bleu en vue de réduire les effets de diffraction.

L'étalonnage a été fait au moyen d'une échelle micrométrique à traits gravés de Zeiss. Avec l'optique utilisée, il est possible d'apprécier l'écartement entre les bords correspondants de 4 traits de l'échelle gravée (40 μ) à 1/4 de division de l'échelle oculaire près. On a trouvé pour l'écartement binoculaire utilisé $60 \pm 0{,}25$ divisions de l'échelle oculaire égales à 40 μ, donc

$$1 \text{ div} = 0{,}66 \pm 0{,}003\ \mu.$$

Le but de ce travail étant essentiellement l'étude des variations relatives de longueurs, nous exprimerons nos différents résultats en divisions de l'échelle oculaire. Nous n'aurons donc pas à tenir compte de l'erreur de calibration absolue.

(²) Sur ce cliché la discrimination α, Triton est excellente; elle est obtenue par l'utilisation d'une émulsion à faible sensibilité.

L'orientation des traces étant distribuée au hasard dans l'émulsion, nous rencontrons un grand nombre de traces inclinées par rapport à un plan horizontal passant par l'émulsion. La mesure de la longueur d'une trace inclinée peut être faite en mesurant simultanément ses deux projections, horizontale et verticale, en tenant compte du facteur de contraction de l'émulsion (rapport épaisseur vierge de l'émulsion : épaisseur après développement et séchage). Ce facteur de contraction étant assez difficile à déterminer avec exactitude, la précision sur la longueur s'en trouve sensiblement diminuée. Pour cette raison, nous ne mesurons que les traces strictement horizontales, lesquelles ne sont pas affectées par la contraction, en fait, celles dont l'inclinaison n'excède pas la latitude de mise au point. Celle-ci est de l'ordre de 0,2 μ. Une trajectoire entièrement au point peut donc faire un angle θ avec l'horizontale. Cet angle θ a une tangente au plus égale à $\frac{0{,}2}{32} = 0{,}006$, dans le cas des traces les plus courtes (Th $A \simeq 32\ \mu$). La variation maximum de leur projection est alors

$$\Delta x = \frac{x(1 - \cos\theta)}{\cos\theta} = 0{,}0066\ \mu.$$

Elle est inappréciable et l'erreur introduite en négligeant cette légère inclinaison possible est tout à fait négligeable par rapport aux autres causes d'incertitude.

1.3. Interprétation statistique des mesures. — Les parcours d'une particule, dont l'énergie passe d'une valeur initiale E à la valeur finale 0, n'ont pas tous la même longueur. Cette dispersion ou « straggling » est due à plusieurs causes [6] :

— Fluctuation statistique du nombre d'atomes rencontrés;

— Hétérogénéité du milieu sensible, etc.

« Mesurer » la longueur d'un parcours consiste donc à déterminer son parcours moyen $\bar{x}$.

Les mesures individuelles x se groupent en une distribution de fréquences, assimilable en principe et, en fait, à une distribution de Laplace-Gauss.

$$f = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}},$$

σ est un coefficient de dispersion qui, analytiquement, représente la largeur de la courbe au niveau de son point d'inflexion. Le coefficient σ peut être estimé expérimentalement comme étant la racine carrée de la variance s, calculable en fonction de toutes les mesures

$$s = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{N - 1},$$

N, nombre total des mesures.

Le coefficient σ est appelé « déviation standard » ou « écart type ».

Comme il est d'usage en statistique, on représente l'ensemble des mesures individuelles sous forme d'histogramme.

Nous allons discuter maintenant les critères statistiques qui nous permettent d'affirmer qu'une différence entre deux parcours moyens est statistiquement significative ou non, et définir les limites de variation qu'il nous sera possible de déceler, compte tenu de ces critères.

Soient deux variables x et y, correspondant à deux populations infinies, supposées distribuées normalement et caractérisées par leurs valeurs moyennes m_x et m_y et leurs déviations standards σ_x et σ_y. Soit un premier échantillon de la variable x comportant :

n_x mesures et soit $\bar{x}$ leur valeur moyenne;

n_y mesures et soit $\bar{y}$ leur valeur moyenne.

Les valeurs moyennes $\bar{x}$ et $\bar{y}$ provenant de deux distributions normales de la variable, sont normalement distribuées [7]. Dans ces conditions, la différence $|\bar{x}-\bar{y}|$ est distribuée normalement autour de la valeur $m_x - m_y$ avec une déviation standard

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}.$$

En général, σ_x et σ_y ne sont pas connus. Il est nécessaire de les évaluer à partir des échantillons étudiés. Ceci n'introduit pas de divergence notable pour des échantillons supérieurs à une cinquantaine de mesures. En prenant, comme il est d'usage en statistique, un seuil de signification de 95 pour 100, la différence $|\bar{x}-\bar{y}|$ sera significative si $|\bar{x}-\bar{y}| \geq 2\sigma$.

Dans les mesures, les dimensions des échantillons (n_x, n_y) varient de 100 à 500 environ. Les quantités σ_x et σ_y varient de 1 à 1,5 division.

Ceci nous permet de mettre en évidence une différence de parcours pouvant aller jusqu'à 0,16 div, ce qui correspond à une valeur relative d'environ 0,25 pour 100, ceci dans les cas les plus favorables; mais dans tous les cas la limite ne dépassait pas 0,50 pour 100.

2. **Influence de l'observateur**. — On peut se demander si les résultats obtenus par deux observateurs sont cohérents entre eux. L'observateur intervient ici dans l'appréciation de l'horizontalité des traces et dans l'appréciation des coïncidences entre les traits de l'échelle oculaire et les extrémités des traces.

Maints contrôles, qui ont été faits dans notre Laboratoire depuis deux ans sur de nombreux mesureurs, ont montré un excellent accord entre les résultats obtenus par des personnes différentes, à condition que celles-ci soient suffisamment entraînées (après un à deux mois de mesures).

A titre d'exemple précis, nous reproduisons dans la figure 4, deux histogrammes superposés, obtenus par M. L. Schmidt et moi-même.

On voit sur la figure 3, que la dispersion totale au pied des histogrammes est la même pour les deux observateurs. Les deux σ expérimentaux sont :

	Observateur I.	Observateur II.
Déviation standard	1,45	1,45
Longueur moyenne (div)	64,41	64,57
$\frac{\sigma^2}{N}$	0,0084	0,0084

$\Delta\bar{x} = 0,16$ div,

σ de la différence $= \sqrt{0,0084 + 0,0084} = 0,13$.

Conclusion. — La différence $\Delta\bar{x}$ étant inférieure à 2σ, n'est donc pas significative.

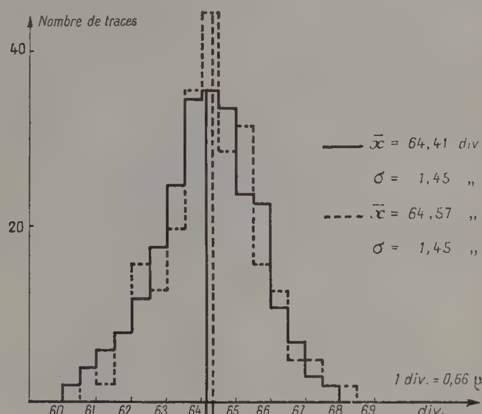


Fig. 3.

3. **Influence de la durée du développement**. — La durée normale de développement d'une plaque Ilford est de l'ordre de 25 mn à 19° C. Pour résoudre certains problèmes de discrimination entre particules dont le pouvoir ionisant n'est pas très différent, quelques auteurs ont été amenés [1], [8] à utiliser une méthode de sous-développement par diminution du temps d'action du révélateur. Nous avons cherché l'influence d'un tel sous-développement :

L'émulsion après une immersion préalable de 10 mn dans l'eau distillée est placée dans le révélateur à la température de 18° C pour une durée de 4 mn.

Résultats.

	Traces du lithium.	
	A.	B.
Nombre de mesures	250	529
Longueur moyenne (div)	$\bar{x} = 63,75$	$\bar{x} = 64,18$
Déviation standard (div)	1,50	1,30
$\frac{\sigma^2}{N}$	0,009	0,003

$\Delta\bar{x} = 0,43$ div,

σ de la différence $= \sqrt{0,009 + 0,003} = 0,11$.

A. Émulsion sous-développée.
B. Émulsion développée normalement.

CONCLUSIONS. — La différence $\Delta\bar{x}$, étant supérieure à 2 σ est donc significative.

Suivant un usage courant dans la littérature [7], nous donnerons cette différence avec une marge d'incertitude $\pm\sigma$, d'où

$$\Delta\bar{x} = 0,43 \pm 0,11 \text{ div.}$$

En valeur relative, la différence sera

$$\boxed{0,66 \pm 0,17 \text{ pour } 100.}$$

Cet effet raccourcissant du sous-développement a été également observé pour les traces des émulsions chargées au bore.

Pour interpréter ce raccourcissement, on peut, logiquement, admettre que la dimension des grains augmente au fur et à mesure du développement. Les parties terminales de nos traces sont toujours continues (voir *fig.* 2). Pour les grains jointifs les arborescences argentifiques développées peuvent se repousser mutuellement. D'autre part, l'augmentation d'épaisseur des grains situés à l'extrémité de la trace peut suffire à expliquer une variation de la longueur mesurée; celle-ci étant d'environ 0,3 μ, il suffirait d'admettre un épaississement de 0,15 μ par grain.

Nous avons regardé ensuite si la prolongation du temps d'action du révélateur, pouvait avoir une influence en accentuant l'effet décrit précédemment. Il se pourrait aussi que l'accroissement du voile résultant de ce « sur-développement » augmentât la probabilité de trouver accidentellement un grain du voile à l'une des extrémités de la trace en provoquant ainsi une surestimation systématique de la longueur. Pour une émulsion développée 1 h, le voile a été trouvé environ trois fois plus dense.

Or, la différence des longueurs moyennes des traces avec une plaque développée normalement n'est pas significative. On peut donc admettre une saturation dans l'augmentation du diamètre des grains développés pour le révélateur utilisé, l'I. D. 19, qui est un solvant (sulfite) modéré pour les grains, donc renforce relativement peu l'image.

4. Influence de la composition chimique des émulsions. — Dans certains problèmes de physique nucléaire, on est amené à utiliser des plaques « chargées » dans lesquelles le fabricant a incorporé une certaine quantité d'un sel donné au moment de la fabrication de la couche sensible. On peut également « charger » des émulsions après leur fabrication par la méthode bien connue de l'imprégnation. Nous avons étudié à ce propos si ces variations de la composition chimique des plaques entraînaient des variations notables dans le pouvoir d'arrêt des émulsions. Notre étude s'est bornée aux plaques « chargées » typiques :

— celles chargées au lithium et celles chargées au bore qui sont les plus couramment utilisées, en raison de la grande section efficace de ces éléments par rapport aux neutrons lents.

4.1. PLAQUES CHARGÉES AU LITHIUM. — D'après la composition indiquée par Ilford, la composition de ces plaques est très voisine de celle des plaques non chargées. La teneur en lithium est de 0,016 g/cm³. Les teneurs en Ag, Br, I, C, O, sont les mêmes. La seule différence notable est une augmentation de la teneur en azote qui passe de 0,067 à 0,083 g/cm³. Le lithium étant incorporé sous forme de citrate de lithium, la modification de pH qui en résulte est insignifiante.

Nous avons premièrement comparé une émulsion chargée à 0,016 g/cm³ d'émulsion et une émulsion doublement chargée (0,031 g/cm³).

Ces deux plaques ont été exposées et développées dans les mêmes conditions.

RÉSULTATS :

	Traces du lithium.	
	Plaque E_1 chargée 1×.	Plaque E_1 chargée 2×.
Nombre de traces............	250	250
Longueur moyenne (div).....	$\bar{x} = 64,25$	$\bar{x} = 64,50$

$$\Delta\bar{x} = 0,25,$$
$$\sigma = 0,14.$$

On voit que cette différence n'est pas significative.

Nous avons ensuite « chargé » faiblement une plaque par imprégnation en immergeant pendant 2 mn une émulsion E_1 dans une solution diluée de citrate de lithium. Pour mesurer la concentration en lithium de cette émulsion, nous l'avons exposée en même temps qu'une plaque au lithium ordinaire, servant de témoin, à un même flux de neutrons lents. Le rapport du nombre de traces dans les deux plaques relatif à une même surface, est égal au rapport du nombre de noyaux de lithium par centimètre cube, sous la réserve que les deux émulsions aient même épaisseur, ce que nous avons pu vérifier approximativement après séchage.

On trouve ainsi pour cette émulsion imprégnée une concentration en lithium de 0,005. On a vérifié, d'autre part, que la distribution des traces indiquait une répartition homogène de l'élément imprégnant.

RÉSULTATS DES MESURES :

	E_1 imprégnée.	E_1, 1× chargée.
Concentration (g/cm³).....	0,005	0,016
Longueur moyenne (div)...	$\bar{x} = 63,98$	$\bar{x} = 64,25$

$$\Delta\bar{x} = 0,27 \text{ div},$$
$$\sigma = 0,14 \text{ div}.$$

Donc, la différence n'est pas significative.

En résumé, nous pouvons assurer que le chargement en lithium affecte le pouvoir d'arrêt d'une quantité inférieure à 0,50 pour 100.

CONCLUSIONS. — Ce résultat confirme donc les

valeurs trouvées dans les émulsions au lithium [6], [9], où les auteurs n'avaient pas fait de correction relative au chargement en lithium.

4.2. Plaques chargées au bore. — Le sel servant au « chargement » est le borate de sodium ordinaire. La composition de ces plaques est légèrement différente de celle des plaques ordinaires. La teneur en halogénure d'argent est plus faible d'environ 4 pour 100. Les autres variations de composition sont peu importantes. La teneur en bore est 0,023 g/cm³ pour le « chargement » normal; nous disposons également d'émulsions doublement chargées ([3]), concentration 0,045 g/cm³. Le pH des émulsions liquides au bore est de l'ordre de 9 à 9,5 contre 7,5 à 8 pour les émulsions au lithium et les émulsions ordinaires ([4]).

Nous avons comparé les longueurs des traces du thorium dans une plaque E_1 ordinaire, dans une plaque une fois chargée, dans une plaque doublement chargée.

Résultats relatifs aux plaques chargées au bore :

	E_1 ordinaire.	E_1, 1× chargée.	E_1, 2× chargée.
Th A (div)......	47,7	48,3	48
Th C' (div).....	70	71	70,4

Il résulte de ce tableau que les différences entre les parcours sont significatives. En moyenne, le pouvoir d'arrêt de la plaque une fois chargée diminue d'environ 1,4 pour 100 et celui d'une plaque doublement chargée de 0,6 pour 100 par rapport à celui d'une émulsion ordinaire.

L'interprétation de ces résultats est assez délicate, car durant l'imprégnation au nitrate de thorium, une partie du borate est dissoute, ce qui a pour effet de diminuer assez fortement la teneur réelle en bore durant l'exposition aux traces α.

Ces résultats sont à rapprocher de ceux obtenus par Cüer et Lonchamp [1], relatifs aux traces α + lithium de la réaction des neutrons lents sur le bore. Ceux-ci ont trouvé une diminution du pouvoir d'arrêt de l'ordre de 1,2 pour 100 et 0,7 pour 100 respectivement pour les plaques simplement et doublement chargées. On voit que l'ordre de grandeur est le même et l'on retrouve un effet plus marqué pour la plaque une fois chargée.

La teneur en bromure d'argent étant plus faible pour ces plaques chargées (*voir* tableau ci-dessous), on peut s'attendre à une diminution de pouvoir d'arrêt.

Élément (en g/cm³).	Plaque non chargée.	Plaque chargée au bore 1×.	Plaque chargée au bore 2×.
Argent...........	1,85	1,77	1,69
Brome...........	1,34	1,28	1,22

([3]) Grâce à l'amabilité de M. C. Waller de Ilford Limited, que nous remercions très vivement ici.

([4]) En séchant, ces différences de pH ne peuvent que s'accentuer (Waller, communication privée).

Mais si ce facteur agissait seul on devrait avoir un effet plus marqué pour les plaques deux fois chargées, ce qui n'est pas le cas. Il y a certainement d'autres facteurs, tel que le pH de l'émulsion qui doivent s'ajouter à celui-ci; l'augmentation du pH pouvant, par exemple, compenser l'effet de la diminution de la teneur en Br Ag.

Les calculs théoriques du pouvoir d'arrêt sont rendus très aléatoires du fait que la teneur en eau de ces émulsions est mal connue, ce qui entraîne une imprécision assez considérable sur les valeurs absolues des concentrations des divers éléments de l'émulsion. D'autre part, ce calcul théorique n'est plus possible dans le domaine des faibles énergies, où la vitesse de la particule chargée est de l'ordre de grandeur de celle des électrons retardateurs.

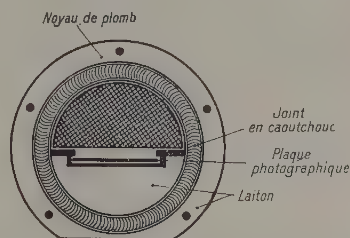


Fig. 4. — Coupe transversale de la boîte à vide.

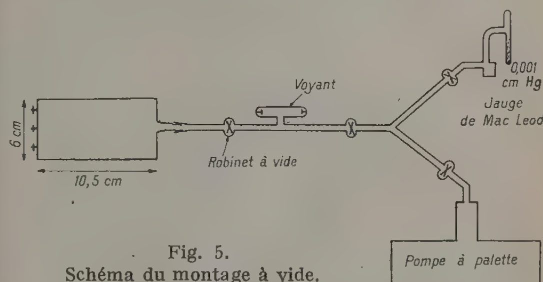


Fig. 5. Schéma du montage à vide.

5. Influence de l'humidité relative au moment de l'exposition.

— 5.1. Influence du maintien de l'émulsion sous vide. — Dans de nombreuses expériences destinées à déterminer les points de la courbe parcours-énergies, les émulsions étaient placées dans une enceinte vidée, pour ne pas freiner les particules émises par la cible. D'autres points, au contraire, ont été déterminés au moyen d'expositions faites à la pression ordinaire (réactions aux neutrons, lesquels ne sont pas sensiblement ralentis par l'air) [10]. Il était donc important d'examiner, si la dessiccation sous vide pouvait faire varier le pouvoir d'arrêt d'une façon notable.

Pour examiner ce point, nous plaçons des émulsions dans une boîte où nous pouvons faire le vide et maintenir la plaque sous vide durant l'exposition.

La figure 4 montre la boîte utilisée et dans la figure 5 nous indiquons le détail du montage employé.

Nous obtenons un vide de 0,01 mm Hg, et les émulsions étaient maintenues dans le vide durant des périodes variables. Un tel vide est largement suffisant pour provoquer le départ de toute l'humidité contenue dans l'émulsion.

RÉSULTATS :

Durée du maintien sous vide.	$\bar{x}$.	
5 h 30	64,13 div	
7 h	64,38 »	
3 jours	64,28 »	
5 jours	64,25 »	
Plaque à la pression atmosphérique	64,25 »	40 pour 100 H. R.
	64,50 »	

Aucune de ces différences n'est significative.

Ce résultat est en accord avec celui de Albred, Philips, Rosen, Tallmadge (1950) [2], lesquels pour les α du plutonium n'ont constaté aucune influence sur le pouvoir d'arrêt à la suite d'un maintien à une pression de 10^{-3} mm Hg, durant 20 h.

Par contre, notre résultat n'est pas en accord avec celui de Rotblat [5] [3], lequel affirme des variations de 3 à 4 pour 100.

5.2. VARIATION DU POUVOIR D'ARRÊT EN FONCTION DE L'HUMIDITÉ RELATIVE. — Nous avons réalisé des enceintes à humidité constante au moyen de solutions saturées de CH_3—COOK, CO_3K_2, BrNa, BrK, réalisant ainsi des degrés d'humidité constante de 20, 42, 58 et 84 pour 100 à 20° C. Les émulsions au lithium ont été exposées aux neutrons lents, sans qu'il ait été nécessaire de les sortir de l'enceinte. Des expériences préliminaires nous ont montré que la teneur en bore du verre des enceintes n'était pas suffisante pour absorber un flux trop important de neutrons lents. Chaque émulsion séjournait ainsi, au moins 3 jours dans l'atmosphère humide, afin d'obtenir un état d'équilibre. Le même dispositif nous a permis d'opérer en atmosphère saturante à la température ordinaire.

RÉSULTATS :

	H. R. (pour 100).	$\bar{x}$.
Vide	0	64,27 div
Gel de silice	0	64,29 »
CH_3—CO_2K	20	64,52 »
CO_3K_2	42	64,50 »
BrNa	58	65 »
BrK	84	71,40 »
Atm. saturante	100	80,6 »

La longueur des traces tend à augmenter avec l'humidité. On sait que la teneur en eau des émulsions augmente en même temps que l'humidité relative ambiante; ceci se traduit par une augmentation du volume spécifique de l'émulsion, d'où un effet d'écartement des grains. Dans la figure 6, nous portons, en fonction de l'humidité relative, les allongements relatifs des traces. On constate sur cette figure que l'allongement est imperceptible jusqu'à 49 pour 100. Il atteint 1 pour 100 à 58 pour 100 d'humidité relative. Au delà, l'allongement augmente rapidement pour devenir très important (25 à 30 pour 100) aux fortes humidités relatives, où nous retrouvons les traces « mouillées » signalées dès 1946 par MM. Cüer et Occhialini.

Nos résultats diffèrent de ceux que le Docteur Winand a présentés au Colloque de Photographie de Paris (sept. 1951). Ce dernier indique des variations de 5 pour 100 pour une émulsion à 90 pour 100 d'humidité relative et 3 pour 100 pour une émulsion à 76 pour 100 d'humidité relative.

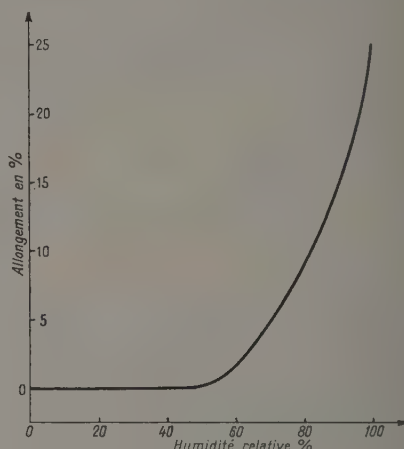


Fig. 6.

Il convient de souligner que le Docteur Winand a opéré sur des plaques C_2 non chargées, tandis que nos expériences sont relatives à des plaques chargées au lithium. Les sels de lithium étant tous hygroscopiques, la teneur en eau d'une telle émulsion doit augmenter plus rapidement avec l'humidité relative que dans le cas d'une plaque ne contenant pas de lithium. Nous nous sommes donc placé dans des conditions telles que l'effet de l'humidité pouvait se manifester avec la plus grande intensité.

Nous pouvons donc affirmer que, tant que l'humidité relative ne dépasse pas 58 pour 100, le pouvoir d'arrêt est affecté à moins de 1 pour 100, l'effet étant certainement moindre pour les plaques ordinaires.

Il convient donc de contrôler l'humidité relative au moyen d'un hygromètre à cheveux, par exemple, au moment de l'exposition lorsqu'on opère à la pression atmosphérique.

6. **Influence du type de l'émulsion.** — Une opinion couramment répandue parmi les utilisateurs

[5] Cet auteur ne donne pas le détail de ses expériences et n'indique pas le degré d'humidité existant, lorsqu'il opère à la pression atmosphérique.

est que les différents types d'émulsions Ilford ont un pouvoir d'arrêt identique en raison de l'identité de leur composition chimique et puisqu'elles sont de même concentration. Cependant, depuis ces deux dernières années, les opinions des utilisateurs étaient divergentes à ce sujet.

Nous avons mesuré les mêmes traces dans des émulsions de types différents et nous avons constaté une augmentation du pouvoir d'arrêt, orsqu'on passait d'une plaque E_1 à une plaque C_2, puis à une D_1.

RÉSULTATS :

	Traces (différence en pour 100).		
	du Li.	du Th *C'*.	du Th *A*.
Différence E_1 — C_2...	$0,43 \pm 0,13$	$0,67 \pm 0,19$	$0,42 \pm 0,12$
» C_2 — D_1...	$1,87 \pm 0,17$	$3,0 \pm 0,20$	$2,15 \pm 0,20$

L'augmentation du pouvoir d'arrêt entre une plaque E_1 et une plaque C_2 a déjà été indiquée par Rotblat [4], lequel la chiffre à environ 0,3 pour 100. L'augmentation du pouvoir d'arrêt pour les plaques D_1 n'a à notre connaissance jamais été signalée dans la littérature.

M. J. J. Jung, dans notre Laboratoire, en mesurant les tritons de la réaction ^9Be (*d*, *t*) ^8Be, parallèles entre eux et à la surface, grâce à la géométrie de son exposition, a trouvé une différence de parcours de 1,3 pour 100 entre les plaques E_1—D_1. On constate que la différence joue dans le même sens, mais diffère au point de vue quantitatif.

L'interprétation de ces différentes variations est assez délicate; elle semble être en relation avec la grosseur des grains. Les émulsions D_1 de faible sensibilité ont un grain très fin (0,1 μ). Le diamètre des grains vierges augmente dans l'ordre D_1, E_1, C_2. On remarquera que les pouvoirs d'arrêt que nous avons déterminés, diminuent dans l'ordre D_1, C_2, E_1.

En plus, il y a une légère différence entre le pH des émulsions C_2 et des émulsions E_1, D_1.

Par ailleurs, il semble que la fidélité dans les différentes coulées des émulsions D_1 est un peu moins bonne que pour les autres types d'émulsion.

Conclusions. — L'ensemble de nos résultats permettent de répondre à certaines critiques relatives à l'efficacité quantitative de la méthode photographique dans le domaine nucléaire.

A condition d'opérer avec un type de plaque déterminée, dans des conditions d'humidité ne s'écartant pas trop de la normale et en respectant les conditions de développement usuelles, la reproductibilité des résultats de mesures de traces peut être assurée à environ 0,5 pour 100 près. Le rôle de l'observateur ne peut entraîner une marge d'incertitude supérieure à condition de confier les mesures à un observateur entraîné et utilisant le même dispositif optique (en particulier, même écartement binoculaire) tout au long de son travail.

Il résulte de quelques-unes de nos mesures que l'humidité relative au moment du dépouillement des plaques développées n'intervient pas.

D'autre part, l'homogénéité des différentes coulées semble excellente avec une réserve en ce qui concerne les émulsions du type D_1 (*cf.* supra).

Par exemple, des émulsions C_2 au Th datant de 1948, conservées sans précaution spéciale, ne nous ont pas montré de différence significative dans la mesure des longueurs.

Bien que débordant le problème que nous nous étions assigné, nous avons été amené à quelques résultats annexes intéressants :

1° AU SUJET DE LA DISPERSION DES PARCOURS. — Nous pouvons mesurer cette dispersion par les valeurs moyennes des bases des histogrammes de mesures pour les différents types d'émulsions.

Pour les plaques D_1, nous n'avons pas assez d'histogrammes pour donner une valeur moyenne sûre. Pour les plaques E_1, nous avons trouvé une moyenne de 4,3 μ. Pour les plaques C_2, nous avons trouvé une moyenne de 4,8 μ.

Ces résultats sont en accord avec les calculs théoriques de M. Cüer [5], prévoyant une variation de dispersion en fonction de la racine carrée du diamètre moyen des grains.

2° PARCOURS DES RAYONS α DES PRODUITS DE FILIATION DE LA FAMILLE RADIOACTIVE DU THORIUM. — Les valeurs des parcours des rayons α

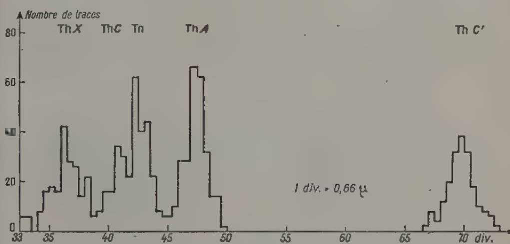


Fig. 7.

des produits de filiation de la famille radioactive du thorium que l'on trouve dans la littérature sont anciennes et assez imprécises.

Nous pouvons donner une mesure précise des parcours des rayons α par les noyaux de la famille du thorium; ceci pour le Th *C'* et pour le Th *A*. Pour les autres émetteurs α de la famille radioactive du Th, l'empiètement des histogrammes de mesures rend les valeurs moyennes beaucoup moins sûres. On voit sur la figure 7 le spectre du thorium. On remarque que les histogrammes relatifs au Th *C'* et au Th *A* sont bien séparés.

RÉSULTATS :

	Plaque	
	E_1 ordinaire.	C_2.
Th *C'*	$46,6 \pm 0,3$ μ	$46,3 \pm 0,3$ μ
Th *A*	$31,8 \pm 0,2$ μ	$31,6 \pm 0,2$ μ

En résumé, ce travail apporte une contribution à l'étude méthodologique des émulsions nucléaires. Il précise les conditions optima d'utilisation et nous renseigne sur sa valeur quantitative.

Ce travail a été effectué durant l'année 1950-1951, au Laboratoire du Professeur P. Cüer à l'Institut de Physique de Strasbourg.

Je remercie très sincèrement M. le Professeur P. Cüer de m'avoir proposé cette étude et d'avoir suivi ce travail.

Je remercie très vivement M. J. P. Lonchamp, agrégé de l'Université, qui m'a constamment guidé dans l'interprétation des résultats.

Mes remerciements vont également au personnel technique du Laboratoire et de l'Institut de recherches nucléaires de Strasbourg pour l'aide qu'ils m'ont apportée.

Manuscrit reçu le 25 janvier 1952.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Cüer P. et Lonchamp J. P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **232**, 1824.
[2] *Rev. Sc. Instr.*, 1950, **21**, 225.
[3] Rotblat J. — *Nature*, 1950, **165**, 387.
[4] Rotblat J. — *Nature*, 1951, **167**, 550.
[5] Cüer P. — *Thèse*, Paris, 1947.
[6] Cüer P., Lonchamp J. P., Combes J. et Gorodetzky S., — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **230**, 1764.
[7] Fisher R. A. — *Statistical Methods For Research Workers*, p. 116.
[8] Occhialini et al. — Publication du Centre de Physique nucléaire de Bruxelles.
[9] Cüer P., Lonchamp J. P., Combes J. et Gorodetzky S. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, 230, 832.
[10] Lattes, Fowler et Cüer P. — *Proc. Phys. Soc.*, 1947, **59**, 883.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 13, JUIN 1952, PAGE 354.

SUR L'INTERPRÉTATION PHYSIQUE DE LA MÉCANIQUE ONDULATOIRE ET L'HYPOTHÈSE DES PARAMÈTRES CACHÉS

Par Jean-Louis DESTOUCHES.
Institut Henri Poincaré, Paris.

Sommaire. — Pour un système microscopique S et un appareil de mesure α_A, on doit distinguer entre le système (microscopique) $S + \alpha_A$ formé par la réunion de S et de α_A et le conple S/α_A formé par le système S en observation au moyen de l'appareil α_A. On établit qu'il existe une description objectiviste de α_A (faisant appel à des grandeurs cachées fictives) conforme aux exigences d'une mécanique ponctuelle, fournissant les mêmes prévisions que la Mécanique ondulatoire pour le système S en ce qui concerne la grandeur A. (Par contre, une telle description objectiviste n'existe pas pour S ou pour $S + \alpha_A$). Une description semblable peut être donnée pour une autre grandeur B (même non simultanément mesurable avec A) et dans le même espace de phase que pour A.

1. Introduction. — Les Notes récentes de M. Louis de Broglie [1] suscitées par les travaux de M. David Bohm [2] et de M. Vigier [3] ont ramené l'attention sur la théorie de l'onde-pilote et les descriptions objectivistes qui pourraient être équivalentes à la Mécanique ondulatoire. Nous examinerons ici d'une manière générale si de telles descriptions peuvent être effectivement équivalentes dans des conditions qu'il faudra préciser. Pour cela, il nous faut d'abord revenir sur les notions d'appareil et de mesure.

2. Notion d'appareil. — Pour effectuer une mesure, on utilise un dispositif expérimental convenable. L'ensemble du dispositif peut, d'une façon sommaire, être considéré comme un appareil de mesure α. Un appareil est donc un certain système physique qui sera couplé avec le système étudié S à l'instant où l'on effectuera une mesure. C'est le choix de l'appareil qui fixe le type de la mesure c'est-à-dire la grandeur physique.

Mais tout système physique ne peut pas être considéré comme un appareil; le système utilisé comme appareil doit avoir une propriété particulière lui permettant de jouer ce rôle : il doit permettre la lecture, par exemple sur un cadran gradué, d'une indication quantitative relative au système étudié; cette indication est directement perceptible par l'observateur, sans usage d'un nouvel appareil interposé, sa lecture ne trouble ni l'appareil ni le système étudié S. Par contre, effectuer une mesure perturbe en général le système S, par suite du couplage appareil-système $(S + \alpha)$ qui s'établit alors.

On peut considérer le système $(S + \mathfrak{a})$ comme un système de la microphysique constitué par un ensemble de corpuscules et observable au moyen de différents appareils $\mathfrak{a}'$, $\mathfrak{a}''$, ... Ce système $(S + \mathfrak{a})$ comprend des grandeurs non simultanément mesurables, ne serait-ce que celles des grandeurs de S qui ne sont pas simultanément mesurables; c'est-à-dire que les appareils $\mathfrak{a}'$ et $\mathfrak{a}''$, par exemple, ne peuvent pas être employés simultanément pour faire une mesure sur $(S + \mathfrak{a})$.

Mais, comme nous l'avons vu, l'observateur choisit de lire directement l'indication donnée sur S par l'appareil $\mathfrak{a}$, et s'abstient d'envisager $(S + \mathfrak{a})$ comme un système à observer par d'autres appareils $\mathfrak{a}'$, $\mathfrak{a}''$, ... Du fait que son intention porte, non sur $(S + \mathfrak{a})$ envisagé comme un système à observer mais sur $\mathfrak{a}$ envisagé comme un appareil, l'observateur contraint $(S, \mathfrak{a})$ à se manifester comme un système spécial ne comportant qu'une grandeur, celle dont les valeurs sont lues directement par lui sur le cadran. Donc, selon la décision de l'observateur, ou bien l'ensemble $(S, \mathfrak{a})$ joue le rôle d'un système $(S + \mathfrak{a})$ de corpuscules comportant des grandeurs non simultanément mesurables (il est alors considéré comme système étudié, et doit être observé au moyen d'appareils $\mathfrak{a}'$, $\mathfrak{a}''$, ...), ou bien $\mathfrak{a}$ joue le rôle d'un appareil, dont la caractéristique est de présenter à la perception directe de l'observateur le résultat de la mesure d'une seule grandeur, celle dont les valeurs sont inscrites sur le cadran. Pendant que l'on procède à une mesure sur S au moyen de l'appareil $\mathfrak{a}$, ni S, ni $\mathfrak{a}$, ni $(S + \mathfrak{a})$ ne se présentent plus comme des systèmes sur lesquels peut être commencée une mesure arbitrairement choisie, on a le couple $(S/\mathfrak{a})$. Il est donc très important de distinguer $(S + \mathfrak{a})$ système observable, de $(S/\mathfrak{a})$, système S en observation au moyen de l'appareil $\mathfrak{a}$.

3. **Notion de mesure.** — Un appareil $\mathfrak{a}_A$ permet d'effectuer une mesure de la grandeur *A* d'un système S. On admet qu'un observateur est libre de choisir la grandeur *A* sur laquelle il veut faire une mesure et l'époque de cette mesure; il est libre d'effectuer cette mesure ou non.

Puisqu'en microphysique, à cause de l'incompatibilité de certaines mesures, le rôle des opérations de mesure ne peut pas être éliminé dans la description théorique, il est indispensable de prendre en considération dans cette description l'arbitraire dont jouit l'observateur quant au choix de ses opérations de mesure. Mais, *une fois l'appareil $\mathfrak{a}_A$ choisi, et la mesure commencée, l'observateur ne dispose plus d'aucun arbitraire concernant la suite du processus expérimental engagé.* Pendant que ce processus se déroule, le système étudié n'est plus S, mais devient le couple $(S/\mathfrak{a}_A)$ objectivable comme devenu indépendant de tout choix de l'observateur. En effet, le système $(S/\mathfrak{a}_A)$, se comportant comme un système sur l'évolution duquel les décisions de l'observateur ne peuvent plus jouer aucun rôle, évolue comme un objet déterminé indépendamment de toute observation et peut être décrit d'une manière totalement objective; c'est ce que nous allons établir dans un prochain paragraphe.

Conformément à la Note de P. Destouches-Février [4], la description objective du système $(S/\mathfrak{a}_A)$ doit faire intervenir une loi d'interaction spéciale entre S et $\mathfrak{a}_A$, distincte des lois d'interaction entre corpuscules microscopiques c'est-à-dire distincte de la loi d'interaction entre S et $\mathfrak{a}_A$ dans le système $(S + \mathfrak{a}_A)$. La description objective de $(S/\mathfrak{a}_A)$ doit être en accord avec la description prévisionnelle de S et, par suite, obéir à l'équation d'onde.

D'autre part, le corpuscule posé insécable doit être décrit géométriquement par un point. Ces deux conditions conduisent à la description de l'onde-pilote de M. Louis de Broglie dont la cohérence interne résulte de ce qui précède. Et l'on constate bien qu'il y a une loi d'interaction spéciale entre S et $\mathfrak{a}_A$ par l'existence d'un potentiel quantique.

4. **Existence d'un schéma objectiviste à partir de statistiques.** — On peut d'abord donner de l'existence d'un schéma objectiviste une démonstration fondée sur la méthode utilisée par M. von Neumann [5] pour établir le caractère essentiel de l'indéterminisme quantique, mais en considérant la seule grandeur *A* (d'où une conclusion inverse du cas où l'on considère toutes les grandeurs observables). Pour abréger, nous n'écrirons pas ici la démonstration [1]. On établit que, quand on considère la grandeur *A seule*, tout ensemble pur est causal, donc admet une description par paramètres cachés. Par contre, si l'on faisait intervenir toutes les grandeurs observables, ou au moins une grandeur *B* incomposable avec *A*, on montrerait, au contraire, par le raisonnement bien connu de M. von Neumann, que la matrice statistique n'est jamais causale et qu'il n'y a pas de description par paramètres cachés. La possibilité d'une interprétation déterministe tient tout entière au fait qu'on ne considère que la grandeur *A* de S ou de $(S/\mathfrak{a}_A)$ lors d'une mesure au moyen de $\mathfrak{a}_A$.

5. **Existence d'un schéma objectiviste.** — Considérons la grandeur *A* du système S qu'un observateur se propose de mesurer au moyen de l'appareil $\mathfrak{a}_A$. Pour le système $(S/\mathfrak{a}_A)$, la grandeur *A* est « grandeur d'état en apparence » tant que $\mathfrak{a}_A$ est considéré comme l'appareil qui sert à mesurer la grandeur *A* de S. La description de $(S/\mathfrak{a}_A)$ constitue donc une description selon une partie d'une théorie, description qui est, soit déterministe, soit essentiellement indéterministe [2]. On peut donner une

[1] Les démonstrations seront envoyées par l'auteur sous forme ronéographiée aux lecteurs qui en feront la demande.
[2] *Voir* [6], p. 250-272.

description déterministe de (S/α_A) s'il existe une grandeur $\hat{C}$ qu'on est libre d'imaginer, grandeur non mesurable en fait, donc grandeur cachée, telle que $\hat{G} = \hat{C} \,\&\, A$, où $\hat{G}$ est une grandeur autoprévisible, et s'il n'existe pas de grandeur B non simultanément mesurable avec A (le signe ^ placé au-dessus d'une lettre qui figure une grandeur signifiera dans ce qui suit qu'il s'agit d'une telle « grandeur cachée » librement imaginée, inaccessible à l'expérience et donc de caractère fictif ou purement métaphysique puisqu'il est impossible d'en définir un processus de mesure). On ne pourra fournir, au contraire, qu'une description essentiellement indéterministe s'il existe une grandeur B non simultanément mesurable avec A.

Pour le système $(S + \alpha_A)$ considéré comme système observable, il existe au moins une grandeur B non simultanément mesurable avec A, puisque c'est un système constitué de corpuscules microphysiques, et ainsi $(S + \alpha_A)$ considéré comme système observable au moyen d'appareils α', α'', ... n'admet qu'une description essentiellement indéterministe.

Autrement dit, qu'il y ait ou non en droit pour un système physique S_1, des grandeurs incomposables, *si on se limite* à l'observation d'un ensemble de grandeurs toutes simultanément mesurables, on peut définir, pour ce système S_1, un schéma à déterminisme caché qui fournit les mêmes prévisions que le schéma quantique usuel. C'est ce qui se passe pour le système (S/α_A) où l'on se limite à l'observation de la seule grandeur A. L'inadéquation d'un schéma déterministe et objectiviste n'apparaît dans la description théorique que si celle-ci comporte des grandeurs non simultanément mesurables. Si l'on renonce à toute mesure de grandeurs non simultanément mesurables avec les grandeurs considérées, on ne peut pas prouver, au niveau du fait, l'inadéquation du schéma objectiviste. En effet, l'acte d'effectuer une mesure de la grandeur A sur le système S avec l'appareil α_A exclut une mesure simultanée de toute grandeur incomposable avec A, à la fois sur S, sur $(S + \alpha_A)$, et sur (S/α_A). *Il y a donc une impossibilité de fait de prouver l'impossibilité d'une description déterministe.*

Ainsi, lors de toute mesure sur S, au moyen d'un appareil, le couple (S/α_A) peut être considéré comme obéissant à des lois déterministes cachées. Cela est dû au fait que, quand un processus de mesure sur S se déroule, il est impossible d'effectuer une mesure incompatible avec la première. Cependant, il n'existe pas de description déterministe cachée pour le système observable S; cette description existe seulement pour (S/α_A), complexe formé par le système S et l'appareil de mesure α_A. Il existe d'une façon semblable, pour le complexe (S/α_B), une description à déterminisme caché, mais (S/α_A) et (S/α_B) sont des systèmes différents qui n'existent pas en même temps et dont les descriptions à déterminisme caché sont différentes.

6. Intervention des fonctions de probabilité. — Plus explicitement, si $\hat{g}$ est la « valeur de l'état », c'est-à-dire la valeur de la grandeur $\hat{G}$, représentable par un certain point P dans un espace de phase $(R_{\hat{G}})$, on a

$$r_A = f_A(\hat{g}), \qquad (1)$$

où r_A, désignant la valeur de la grandeur A, est un point de l'espace des observations (R_A) de la grandeur A. On aura, dans la description déterministe, si elle est possible,

$$\text{Prob}\{r_A \in \mathcal{E}_A \text{ à } t\} = \mathcal{P}_A(\mathcal{E}_A) = \mathcal{P}(\mathrm{E}[\mathcal{E}_A]), \qquad (2)$$

où $\mathcal{P}_A$ est donné par une intégrale sur $\mathcal{E}_A$ dans l'espace (R_A) et $\mathcal{P}$ par une intégrale sur $\mathrm{E}[\mathcal{E}_A]$ dans l'espace de phase $(R_{\hat{G}})$ et l'on a, en vertu de (1),

$$\mathrm{E}[\mathcal{E}_A] = \underset{\mathrm{P}}{\mathrm{E}}\{f_A(\mathrm{P}) \in \mathcal{E}_A \text{ à } t\},$$

où $\underset{\mathrm{P}}{\mathrm{E}}\{\ldots\}$ signifie l'ensemble des points P tels que ... »

D'autre part, la description quantique donne

$$\text{Prob}\{\text{Ré Mes} A \subseteq \mathcal{E}_A \text{ à } t\} = \int_{\mathcal{E}_A} |c(d\mathcal{E}_A, t)|^2, \qquad (3)$$

où

$$\Psi(t) = \int_{\mathcal{A}_{A,t}} c(d\mathcal{E}_A, t)\, \varphi(d\mathcal{E}_A, t),$$

$\Psi(t)$ désignant la fonction d'onde du système S et $\varphi(d\mathcal{E}_A)$, la fonction propre de l'opérateur associé à la grandeur A pour un élément de la famille $d\mathcal{E}_A$ enfin $\mathcal{A}_{A,t}$ désigne le spectre de la grandeur A (à l'instant t dans le cas où celui-ci dépendrait du temps).

Il existera un schéma à déterminisme caché acceptable si les expressions des probabilités données par (2) et par (3) étant choisies égales à l'instant initial demeurent égales à tout instant. Nous avons démontré que *ceci est réalisable*, malheureusement la démonstration trop longue n'a pu être insérée ici. On est conduit à ce résultat : on peut trouver une transformation ponctuelle $\mathbf{U}(t, t_0)$ dans l'espace de phase $(R_{\hat{G}})$ telle qu'il y ait équivalence dans les prévisions avec les valeurs fournies par la Mécanique ondulatoire. On ne peut donc pas réfuter la validité d'une description objectiviste et déterministe d'un processus de mesure pendant que celui-ci se déroule. Quand on considère une seule grandeur A, il existe *toujours pour le système* (S/α_A) *au moins une transformation ponctuelle biunivoque dans un espace de phase* $(R_{\hat{G}})$ *telle que les probabilités pour la grandeur A s'expriment à partir du mouvement des points dans cet espace de phase sous cette transformation ponctuelle, c'est-à-dire dans un schéma objectiviste et déterministe fournissant les mêmes prévisions que la Mécanique ondulatoire.*

On pourrait donner une description déterministe analogue pour le système (S/α_B) constitué par S et l'appareil α_B de mesure de la grandeur B. On considérerait une grandeur $\hat{D}$ à caractère métaphysique et $\hat{G} = \hat{D}$ & B, où $\hat{G}$ serait une grandeur d'état avec déterminisme, et l'on arriverait aux mêmes conclusions.

7. Universalité de la description objectiviste.

— Les descriptions objectivistes étudiées ci-dessus sont en général différentes pour (S/α_A) et pour (S/α_B). Examinons maintenant si l'on peut donner la même description déterministe pour (S/α_A) et (S/α_B). Tout d'abord, si A et B sont des grandeurs simultanément mesurables sur le système S, il suffit de considérer la grandeur $A \S B$ et de refaire le raisonnement du paragraphe précédent sur $(S/\alpha_{A\S B})$. On pourra alors donner la même description pour (S/α_A), (S/α_B) et $(S/\alpha_{A\S B})$ (on peut avoir en particulier $\alpha_{A\S B} = \alpha_A + \alpha_B$). Il suffit donc d'envisager le cas où les deux grandeurs A et B sont non simultanément mesurables sur le système S (ce que nous noterons $A\,_S|B$). Comme les deux mesures ne peuvent être faites simultanément, les systèmes (S/α_A) et (S/α_B) ne se présentent que tour à tour et nous dirons que *la description est la même si l'on peut avoir* $\hat{G} = \hat{G}'$, c'est-à-dire si la grandeur d'état cachée est la même dans les deux cas, ce qui donne

$$\hat{G} = \hat{C} \S A = \hat{D} \S B.$$

On a $A_S|B$, par suite $\hat{C} \S A\,|_S\,\hat{D} \S B$, donc les grandeurs $\hat{C} \S A$ et $\hat{D} \S B$ sont nécessairement différentes pour le système S et il en est de mêmes pour $(S + \alpha_A)$ et $(S + \alpha_B)$, mais cette distinction ne joue pas ici, puisque $\hat{C} \S A$ concerne le couple (S/α_A) et $\hat{D} \S B$ concerne le couple (S/α_B). Peut-on considérer ces grandeurs cachées comme étant de même type ? Ceci signifierait que l'on aurait dans l'espace $(R_{\hat{G}})$

$$r_A = f_A(\hat{g}), \qquad r_B = f_B(\hat{g}).$$

Pour (S/α_A) et (S/α_B), on a respectivement les lois d'évolution

$$P_{A,t} = \mathbf{U}_A(t, t_0)P_0, \qquad P_{B,t} = \mathbf{U}_B(t, t_0)P_0.$$

Les conditions dérivant de la connaissance de la valeur de A ou de prévisions pour A déterminent partiellement $\mathbf{U}_A$; on a de semblables conditions pour déterminer partiellement $\mathbf{U}_B$. Ce sont les conditions de liaison avec les fonctions d'ondes ψ (conditions d'équivalence des probabilités calculées par les deux méthodes) qui viennent fixer ces déterminations pour $\mathbf{U}_A$ et pour $\mathbf{U}_B$. Il est naturel d'avoir $\mathbf{U}_A \neq \mathbf{U}_B$, puisque (S/α_A) et (S/α_B) sont des systèmes physiques différents.

On démontre que l'on peut considérer $\mathbf{U}_A$ et $\mathbf{U}_B$ *comme des transformations dans le même espace de phase* $(R_{\hat{G}})$.

On pourrait utiliser à nouveau le même procédé pour une autre grandeur H non simultanément mesurable avec A et avec B; on augmente ainsi le nombre de dimensions de l'espace $(R_{\hat{G}})$, puisque ce nombre de dimensions est égal au rang de la grandeur $\hat{G}$ qui est lui-même égal à la somme des rangs des grandeurs composantes $\hat{E}, B, A$. On montre qu'on peut épuiser toutes les grandeurs par un processus de récurrence sur la construction des grandeurs et obtenir finalement une certaine grandeur $\hat{G}$ comme grandeur d'état, mais il se peut que, par cette construction, le rang de $\hat{G}$ devienne très élevé et même supérieur à tout nombre donné d'avance. Il faut donc envisager s'il existe un autre processus susceptible de limiter le nombre de dimensions de l'espace $(R_{\hat{G}})$.

Supposons que l'on ait trouvé une grandeur $\hat{G}$ et un espace $(R_{\hat{G}})$ valable comme espace de phase pour toute grandeur, donc pour tout couple (S/α_A), S étant fixé. Nous voyons tout d'abord que la dimension de $(R_{\hat{G}})$ surpasse d'au moins une unité le rang de toute grandeur mesurable, car on a pour une grandeur A

$$\hat{G} = \hat{C} \S A.$$

Comme $\hat{G}$ est une grandeur inaccessible (ceci en vertu des théorèmes sur l'indéterminisme essentiel des théories quantiques), il faut que le facteur $\hat{C}$ ne disparaisse pas, donc soit une grandeur inaccessible de rang au moins égal à 1, c'est-à-dire

$$\forall A. \qquad \dim(R_{\hat{G}}) = \operatorname{rang} \hat{G} \geq 1 + \operatorname{rang} A \qquad (4)$$

et cela doit avoir lieu pour toute grandeur mesurable A si l'espace $(R_{\hat{G}})$ convient pour toute grandeur mesurable de S. On montre qu'inversement si l'espace $(R_{\hat{G}})$ satisfait à la condition (4), pour toute grandeur on peut considérer le même espace de phase $(R_{\hat{G}})$ dans lequel on aura une description objectiviste avec un opérateur $\mathbf{U}_A(t, t_0)$ convenable dépendant de la grandeur A considérée. En outre, pour un système mécanique (à un ensemble fini de degrés de liberté) la condition (4) est remplie par un espace à un nombre fini et déterminé de dimensions.

8. Remarques complémentaires.

— Ceux qui veulent rétablir le déterminisme demandent plus : ils demandent que $\mathbf{U}_A$ soit l'opérateur d'évolution d'un système S_1 de n points matériels en même nombre n que ceux de S, obéissant, sous l'action de forces convenables, à une mécanique ponctuelle. Ceci revient à exiger : 1° que l'on ait un système

différentiel du premier ordre en les composantes de $\frac{dP}{dt}$, où $P = U_A(t, t_0) P_0$, soit

$$\frac{dP}{dt} = \Phi(P, t); \qquad (5)$$

2° que l'espace ($R_{\hat{c}}$) soit une extension en phase, espace à $6n$ dimensions; 3° que les variables coordonnées du point P se séparent en deux classes : les p_i et q_i, de telle façon que les $\frac{dq_i}{dt}$ soient égaux à des fonctions linéaires des p_i :

$$\frac{dq_i}{dt} = \Sigma_j a_{ij} p_j; \qquad \frac{dp_i}{dt} = \Phi_i(q_1, \ldots, q_n; p_1, \ldots, p_n; t).$$

Les raisonnements du paragraphe précédent ne fournissent pas des conclusions aussi fortes : on établit bien l'existence d'un opérateur U_A dans un espace ($R_{\hat{c}}$), mais on ne prouve pas que U_A est un opérateur dérivable et obéissant à une équation différentielle de la forme (5). Il est facile de voir que l'on peut satisfaire à la condition que ($R_{\hat{c}}$) soit à $6n$ dimensions : il suffit pour cela de tenir compte du fait que le rang le plus élevé d'une grandeur effectivement mesurable de S est $3n$: par exemple, position des corpuscules du système, ou quantité de mouvement de ces corpuscules. La relation (4) peut alors être facilement satisfaite si l'on prend dim ($R_{\hat{c}}$) $= 6n$. Par contre, on ne peut pas démontrer que l'équation (5) est satisfaite sans introduire des hypothèses particulières supplémentaires. Mais celles-ci sont remplies en Mécanique ondulatoire, par suite des conditions imposées aux fonctions d'ondes, et la relation (5) a bien lieu : l'équation d'ondes entraîne la dérivabilité. Enfin, en introduisant au besoin des paramètres cachés supplémentaires, on peut toujours satisfaire à la condition 3°. Au moyen du potentiel quantique de Louis de Broglie [1], on peut obtenir la forme explicite de Φ dans (5). Mais les arguments de W. Pauli [10] montrent que les paramètres cachés intervenant dans la description objectiviste dont nous venons d'établir l'existence générale sont purement fictifs et sans signification physique.

Si l'on sort du cadre de la mécanique ondulatoire pour envisager une théorie meilleure Th (à construire) qui permette de décrire le système S envisagé ci-dessus, alors on peut établir que cette théorie aura même structure qu'une théorie quantique : théorie subjectiviste, admettant des paires de grandeurs non simultanément mesurables en droit, à indéterminisme essentiel, et admettant, elle aussi, pour un couple $S/\mathfrak{a}_A$, une description objectiviste sous forme d'une mécanique ponctuelle dans un espace de phases; mais certains des paramètres fictifs de la mécanique ondulatoire pourront, dans la future théorie Th, acquérir une signification physique et correspondre à une grandeur observable; cependant, dans une telle description objectiviste de Th, il y aura toujours des paramètres cachés fictifs, dont certains peuvent ne pas figurer dans une description objectiviste de la mécanique ondulatoire.

9. **Conclusion.** — En vertu des théorèmes de von Neumann [1] et de P. Destouches-Février [6], [9], il n'y a pas de description objectiviste pour un système microphysique S. Par contre, on peut fournir une description objectiviste et déterministe pour le couple ($S/\mathfrak{a}_A$) du système S en observation au moyen du système $\mathfrak{a}_A$, et cela pour toute grandeur A (schéma avec transformation ponctuelle dans un espace de phase) *à condition de faire appel à des grandeurs inaccessibles*; ceci revient à considérer des paramètres cachés appartenant *à la fois* au système S et à l'appareil $\mathfrak{a}_A$. Mais il y a bien des chances pour qu'un physicien considère ces descriptions objectivistes comme des artifices formels complètement fictifs et dénués de signification physique [10], car il semble bien que l'on ne doive attribuer la « signification physique » qu'à ce qui est lié à des expériences effectivement réalisables.

Manuscrit reçu le 16 janvier 1952.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] de Broglie L. — *a. C. R. Acad. Sc.*, 1926, **183**, 447; 1927, **184**, 273; 1927, **185**, 380
b. J. Physique Rad., 1927, **7**, 235.
c. Electrons et photons, Rapport au Ve Congrès de Physique Solvay, Gauthier-Villars, Paris, 1930, 115.
d. Introduction à l'étude de la Mécanique ondulatoire, Hermann, Paris, 1930; éd. anglaise Methuen, Londres.
e. C. R. Acad. Sc., 1951, **233**, 641 et 1013; 1952, **234**, 265.
[2] Bohm D. — *Phys. Rev.*, 1952, **85**, 166-180.
[3] Vigier. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **232**, 1187; 1951, **233**, 1010.
[4] Destouches-Février P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **233**, 1430; *J. Physique Rad.*, 1952, **13**, n° 4, avril, 210-215.
[5] Neumann J. von. — *a. Göttingen Nachrichten*, 1929.
b. Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik, Springer, Berlin, 1932.
c. Les nouvelles théories de la Physique, Actes du Congrès de Varsovie, 1938, p. 32-34.
[6] Destouches-Février P. — *La structure des théories Physiques*, Presses Universitaires, Paris, 1951.
[7] Destouches J. L. — *Corpuscules et Systèmes de corpuscules*, Gauthier-Villars, Paris, 1941, p. 201.
[8] Destouches J. L. — *J. Physique Rad.*, 1936, **7**, 354-360.
[9] Destouches-Février P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1945, **220**, 553 et 587.
[10] Pauli W. — Article dans le volume édité pour le 60e anniversaire de M. Louis de Broglie, Albin Michel, Paris, sous presse.

COMPORTEMENT DES IONS DANS UNE CHAMBRE DE WILSON AUTOCOMMANDÉE [1]

Par H. DE LABOULAYE, C. TZARA et J. STUDINOVSKI.
Commissariat à l'Énergie atomique. Service de Physique nucléaire.

Sommaire. — Étude, à l'aide d'une chambre autocommandée, du comportement des ions créés dans celle-ci par une particule α.

Les auteurs mettent en évidence le phénomène de multiplication et retrouvent les conditions requises pour le fonctionnement des compteurs proportionnels.

Ils vérifient que les ions atteignent rapidement un état d'agrégat stable dans leur mélange gaz-vapeur. Ces agrégats ont une mobilité moyenne d'environ 0,9 $cm^2.V^{-1}.s^{-1}$.

Ils étudient un phénomène qu'ils attribuent à une cause thermodynamique.

1. Introduction. — Nous avons réalisé une chambre de Wilson autocommandée [2], [3], [4] par particules peu pénétrantes et très ionisantes. Le principe d'un tel appareil est le suivant : l'atmosphère de la chambre est favorable à la collection électronique; les électrons libérés le long du parcours de la particule dans la chambre sont collectés sur une électrode à potentiel convenable et fournissent l'impulsion nécessaire au déclenchement de la chambre; le champ collecteur est coupé aussitôt; on photographie les ions positifs qui ne se sont pratiquement pas déplacés.

Nous avons cherché à déterminer les conditions de bon fonctionnement de cette chambre de Wilson en la déclenchant par un phénomène bien connu : une particule α émise dans une direction définie et dans un champ électrique collecteur rigoureusement calculable.

En fonctionnement normal, on coupe le champ collecteur le plus tôt possible après l'événement. Dans les expériences décrites ici, au contraire, nous différons la coupure du champ à partir de l'instant d'émission de la particule α (retards réglables de 10^{-4} s à 1 s). Ceci nous a permis de réaliser une étude photographique directe des phénomènes d'attachement et de multiplication d'une part, de mobilité des ions d'autre part. Cette étude fait l'objet du présent article [5].

2. Dispositif expérimental. — La partie utile de la chambre est un cylindre plat de 28 cm de diamètre et de 5,2 cm de hauteur (photo 1).

Une source canalisée de polonium émet environ un α par seconde suivant la médiane de deux fils parallèles. Le plan des deux fils est équidistant du fond de la chambre et de la glace supérieure. Ces

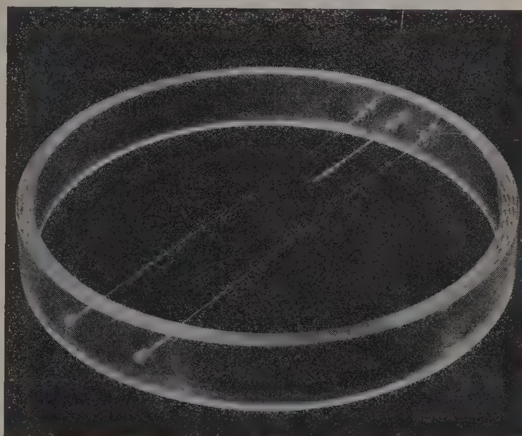


Photo 1. — Montage expérimental.

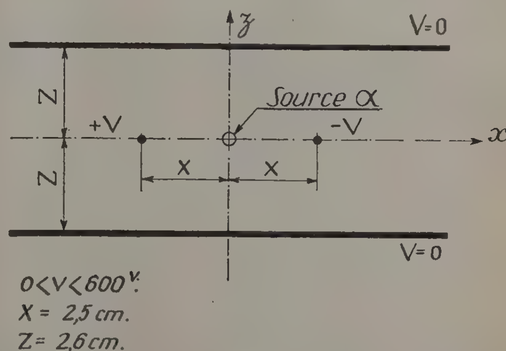


Fig. 1.

deux derniers plans sont à la masse, alors que les fils sont l'un au potentiel $+V$, l'autre au potentiel $-V$.

On peut assimiler le montage, dans la partie

[1] L'appareil sera décrit en détail dans une publication ultérieure.
[2] M. COHEN. *B. A. P. S.*, 1948, **23**, 3.
[3] HODSON et LORIA. *Phil. Mag.*, 1950, **41**, 319.
[4] H. W. LEWIS, N. W. BROWN, D. O. SEEVERS et E. W. STONES. *R. S. I.*, avril 1951, **22**.
[5] Le déplacement des ions dans une chambre de Wilson a déjà été employé par HAZEN (*Phys. Rev.*, 1944, **65**, 259) pour faire un comptage séparé des gouttes chargées positives et négatives.
BRODE et BAGLEY (*Phys. Rev.*, 1939, **56**, 209) signalent la possibilité de faire ainsi des mesures de mobilité.

centrale de la chambre tout au moins, à la disposition théorique suivante (*fig.* 1) :

deux fils conducteurs parallèles infiniment longs, portés à des potentiels égaux et de signe opposé, situés dans le plan médian de deux conducteurs plans parallèles infinis au potentiel zéro. Le champ électrique créé par un tel ensemble est calculable [6].

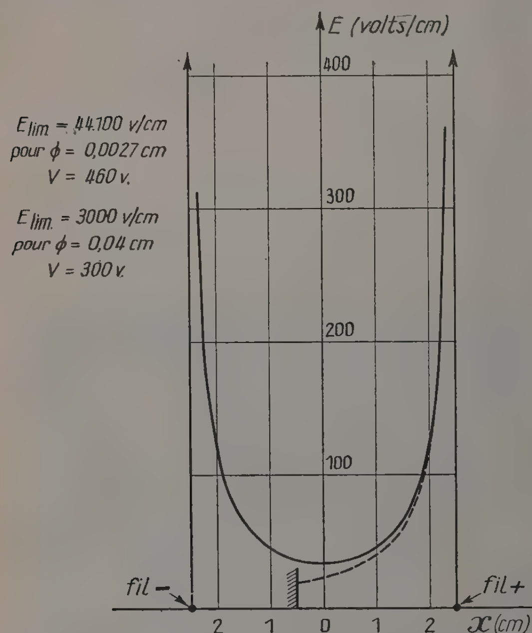


Fig. 2. — La courbe en trait plein représente le champ $E(r)$ créé par deux fils séparés de 5 cm. La courbe en tirets représente le champ $E(r)$ créé par un seul fil au centre d'une coque de 3 cm de rayon.
Chaque courbe est valable, soit pour des fils de diamètre 0,04 cm portés à 300 V, soit pour des fils de diamètre 0,0027 cm, portés à 460 V.

En particulier, dans le plan des deux fils et entre ceux-ci, l'expression mathématique exacte du champ est

$$E(x)_{\mathrm{V/cm}} = \frac{\pi}{2Z} \frac{V}{\operatorname{Arg\,th}\left[\dfrac{\operatorname{sh}\dfrac{\pi(X-a)}{2Z}}{\operatorname{sh}\dfrac{\pi X}{2Z}}\right]} \times \frac{\operatorname{ch}\dfrac{\pi x}{2Z}\operatorname{sh}\dfrac{\pi X}{2Z}}{\operatorname{sh}^2\dfrac{\pi x}{2Z} - \operatorname{sh}^2\dfrac{\pi x}{2Z}}, \tag{1}$$

[6] Le calcul d'un tel champ s'effectue à partir du champ de deux fils conducteurs parallèles isolés dans l'espace et portant des charges opposées. On applique à ce dernier champ la transformation conforme inverse de

$$\xi = \operatorname{ch} x \cos z, \qquad \eta = \operatorname{sh} x \sin z.$$

Voir GRANIER. *Introduction à l'étude des champs physiques*, Dunod, Paris.

V en volts;
X et Z en cm (*voir* signification sur *fig.* 1);
a, rayon des fils en centimètres.

Le rayon a étant très petit devant X et Z, l'expression (1) peut s'écrire

$$E(x) = \frac{\pi}{Z} \frac{V}{\operatorname{Log}\left[\dfrac{4Z}{\pi a}\operatorname{th}\dfrac{\pi X}{2Z}\right]} \frac{\operatorname{ch}\dfrac{\pi x}{2Z}\operatorname{sh}\dfrac{\pi X}{2Z}}{\operatorname{sh}^2\dfrac{\pi X}{2Z} - \operatorname{sh}^2\dfrac{\pi x}{2Z}}. \tag{2}$$

Près du fil, à distance r de celui-ci, le champ prend la forme

$$E(r) \# \frac{V}{r\operatorname{Log}\left[\dfrac{4Z}{\pi a}\operatorname{th}\dfrac{\pi X}{2Z}\right]} \tag{3}$$

à rapprocher de celle du champ d'un fil identique, porté au même potentiel, au centre d'une coque cylindrique de rayon b à la masse

$$E(r) = \frac{V}{r\operatorname{Log}\dfrac{b}{a}}. \tag{4}$$

Les résultats obtenus par nous *entre les fils* sont donc comparables à ceux que donnerait un compteur cylindrique de rayon de coque

$$b = \frac{4Z}{\pi}\operatorname{th}\frac{\pi}{2}\frac{X}{Z} \qquad (b = 3 \text{ cm dans notre cas}). \tag{5}$$

La différence calculée entre les formules (2) et (3) est inférieure à 10 pour 100 jusqu'à 1,5 cm du fil.

La figure 2 donne la forme du champ entre les deux fils et, par comparaison, la forme du champ du compteur cylindrique « équivalent ».

Nous pensons que le champ réel obtenu dans la chambre est très proche du champ calculé, car on constate une parfaite cohérence entre toutes les mesures de déplacement des ions avec des tensions différentes appliquées, des pressions variables et des diamètres de fils différents.

La disposition réalisée provoque peu de turbulences. Elle permet un bon éclairage et une bonne visibilité. De plus, le support de la source α perturbe très peu le champ bien que mis à la masse, se trouvant dans un plan de potentiel zéro.

Nous ne donnerons pas ici le principe de la coupure électronique rapide du champ électrique. Il sera publié ultérieurement. Un enregistrement avec oscillographe à balayage déclenché bi-spot montre que les potentiels $\pm V$ s'écroulent très rapidement et de façon symétrique. On a calculé que le déplacement des ions pendant le temps de coupure était inférieur à 0,1 mm, sauf tout près des fils.

Toutes les expériences décrites ont été réalisées dans une atmosphère d'argon et d'octane normal à pression totale de 400 mm de Hg. Le choix d'une telle atmosphère de collection électronique sera discuté dans une autre publication.

La photo 2 montre l'aspect de l'ensemble lors d'une détente. On notera pour la compréhension des photos suivantes, qui ne montrent que la partie centrale de la chambre, la forte diffusion lumineuse au voisinage des fils et du porte-source.



Photo 2. — Coupure de champ électrique instantanée.

3. **Expériences.** — *a.* ATTACHEMENT. — Nous avons pris une série de photos avec coupure de champ instantanée (photos 2 et 7 *a*) : elles présentent en plus de la colonne dense des ions positifs une nappe qui s'étend jusqu'au fil collecteur. Cette nappe est constituée par les ions négatifs d'attachement des électrons. Connaissant l'ionisation

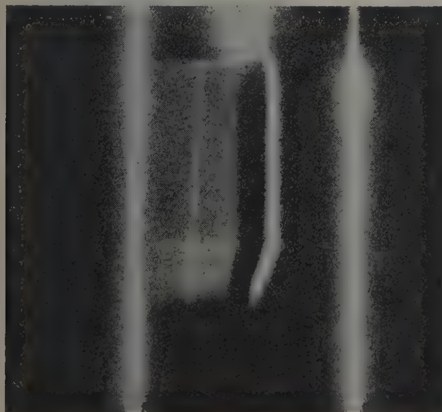


Photo 3. — Variation de la multiplication en fonction du champ appliqué.
$V = \pm 460$ V; $\tau = 5.10^{-3}$ s; diamètre des fils : 0,4 mm.

spécifique de la particule α, il serait intéressant de déterminer les coefficients d'attachement de différents mélanges gaz-vapeur organique par numération des gouttelettes de la nappe (7). Aucune mesure de ce genre n'a été tentée par nous.

Nous avons seulement constaté que l'attachement, faible au débit si l'on a pris soin d'introduire les corps très purs et de choisir un liquide convenable, augmente très vite au cours des premières heures qui suivent le remplissage, beaucoup plus lentement ensuite. Dans notre chambre, l'attachement se maintient pendant plusieurs jours inférieur à 20 pour 100 (mesure de la hauteur des impulsions collectées).

Nota. — Les photographies présentées dans ce Mémoire cherchent à faire ressortir au maximum la nappe d'attachement. Il est bien évident que, lors d'une étude de physique nucléaire, la visibilité de cette nappe, très gênante, peut être considérablement réduite.

Sur certaines photos (3 et 6 *b*), la nappe d'attachement permet de préciser les variations de l'ionisation le long de la trajectoire α, variations qu'on n'aurait pu déceler sur la trace positive elle-même; sur la photo 6 *b*, par exemple, on voit particulièrement bien la densité de la nappe augmenter vers la fin de la trajectoire, ce qui correspond au maximum bien connu de la courbe de Bragg.



Photo 4. — Variation de la multiplication en fonction du champ appliqué.
$V = \pm 300$ V; $\tau = 6.10^{-2}$ s; diamètre des fils : 0,027 mm.

Sur la photo 3, à l'endroit où l'α a subi un choc nucléaire, on remarque un fort accroissement local de l'ionisation dû à l'atome heurté très ionisant mais dont la trajectoire trop courte n'est pas visible.

b. MULTIPLICATION. — En appliquant un champ électrique suffisant et en différant la coupure de ce champ, nous avons mis en évidence le phénomène de multiplication (photos 3, 4, 5, 6).

En opérant ainsi, on constate non seulement,

(7) Des mesures photométriques globales seraient difficiles à interpréter, même en tenant compte du grossissement des gouttes en fonction de la densité locale en ions.

comme prévu, un déplacement d'ensemble de la colonne d'ions positifs vers le fil négatif et de la nappe d'ions négatifs d'attachement vers le fil positif mais, de plus, l'apparition près du fil positif d'une ligne d'ions parallèle à ce fil et qui s'en éloigne (photo 3 et série des photos 6). Cette ligne a exactement la longueur de la projection de la trajectoire α sur le fil collecteur; il s'agit d'ions de multiplication créés presque simultanément à l'émission de la particule (temps de collection des électrons $\sim 10^{-6}$ s) au voisinage immédiat du fil positif.

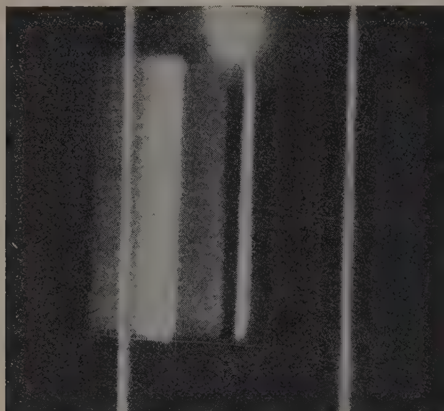


Photo 5. — Variation de la multiplication en fonction du champ appliqué.
$V = \pm 460$ V; $\tau = 3{,}4.10^{-3}$ s; diamètre des fils : 0,027 mm.

Nous avons fait varier deux paramètres : la tension appliquée sur les fils et le diamètre de ceux-ci, pour étudier les variations qualitatives correspondantes de la multiplication.

Un comptage des gouttes de la colonne de multiplication doit permettre d'atteindre directement la valeur du coefficient de multiplication. Cette méthode est suffisamment sensible pour distinguer des multiplications de l'ordre de $\varepsilon = 10^{-3}$. Malheuresement, l'atmosphère composée d'une chambre de Wilson rend tout calcul théorique correspondant extrêmement difficile. De telles mesures dépassent le cadre de notre expérience.

Les résultats ci-contre sont à noter.

On remarquera qu'aux bas coefficients de multiplication, les ions de multiplication ne forment pas une gaine pseudo-cylindrique autour du fil, mais parcourent très préférentiellement le chemin inverse des électrons qui les ont créés (photo 3). A partir d'un certain champ autour du fil (photo 5), on voit apparaître l'aspect classique de gaine d'ions de multiplication, et ceci malgré la très grande dissymétrie de l'ionisation initiale par rapport au fil.

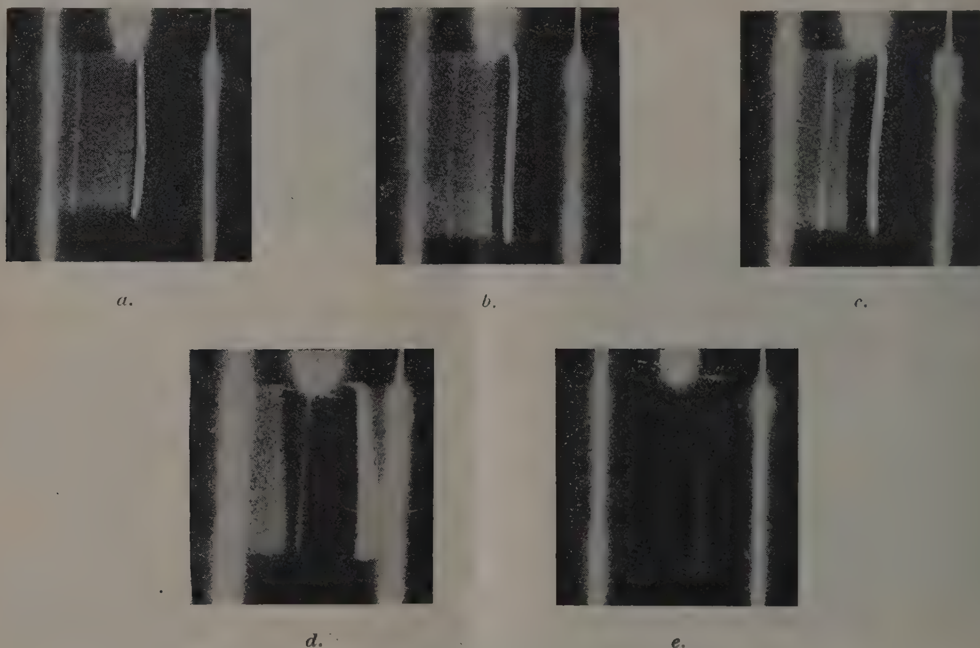
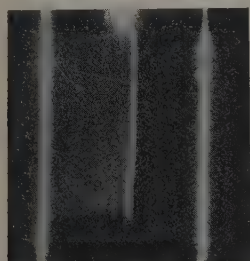


Photo 6. — Déplacement des ions de multiplication.
$V = \pm 460$ V ; diamètre des fils : 0,4 mm.
a. $\tau = 1{,}2.10^{-3}$ s; *b.* $\tau = 1{,}8.10^{-3}$ s; *c.* $\tau = 3{,}4.10^{-3}$ s; *d.* $\tau = 0{,}9.10^{-2}$ s; *e.* $\tau = 2{,}5.10^{-2}$ s.

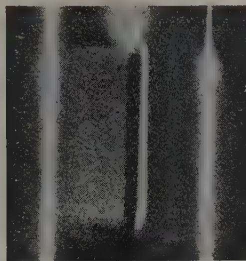
Photo.	Diamètre des fils (mm).	E près des fils ([8]) (V/cm).	Pression (mm Hg).	Aspect.
7 *a*	0,4	3 000	400	Pas de multiplication visible
3 et 6 *d*	0,4	4 600	400	Multiplication
	0,1	6 260	360	Pas de multiplication visible
Non reproduite...	0,1	9 390	360	Multiplication
	0,027	9 600	400	Pas de multiplication visible
4	0,027	28 800	400	Forte multiplication
5	0,027	44 100	400	Forte multiplication aspect, de gaine

c. Étude quantitative des déplacements. — Nous avons cherché, en coupant le champ électrique avec un retard réglable τ sur l'événement ionisant, à déterminer la mobilité $\mu(t)$ de différentes catégories d'ions en fonction du temps. On y arrive en mesurant leurs déplacements dans le champ. De telles mesures n'ont pas de valeur absolue : on sait, en effet, combien la mobilité des ions dépend de leur composition, de la nature et de la pureté du mélange gazeux ([9]).

1° *Principe.* — Nous admettons que la mobilité d'un ion de nature bien définie est indépendante de la grandeur du champ électrique $\left(\frac{E_{\mathrm{V/cm}}}{P_{\mathrm{mm\,Hg}}} < 10\right.$, sauf tout près des fils$\left.\right)$.



a.



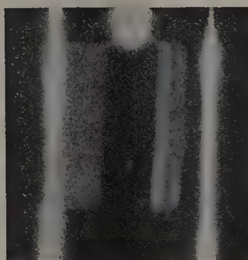
b.



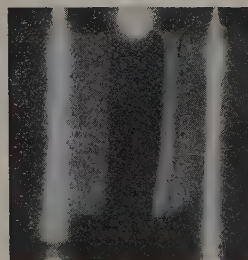
c.



d.



e.



f.

Photo 7. — Déplacement des ions de la colonne positive.
$V = \pm 300$ V; diamètre des fils : 0,4 mm.
a. $\tau = 10^{-5}$ s; *b*. $\tau = 5.10^{-3}$ s; *c*. $\tau = 2{,}10^{-2}$ s; *d*. $\tau = 4{,}5.10^{-2}$ s; *e*. $\tau = 5.10^{-3}$ s; *f*. $\tau = 7.10^{-2}$ s.

Dans ces conditions, la vitesse de dérive des ions qui se trouvent à l'abscisse x au temps t est

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \mu(t)\,\frac{\rho_0}{\rho(t)}\,E(x, t),$$

ρ, densité du milieu gazeux à l'instant t;
ρ_0, densité du milieu gazeux à 0° et 760 mm de Hg;
μ, mobilité de l'ion ramenée à la pression atmosphérique.

([8]) Ces valeurs sont calculées pour des fils parfaitement polis. Les valeurs (réelles) peuvent être supérieures, compte tenu de l'état de surface des fils.

Si le champ se coupe avec un retard τ et de façon instantanée, c'est-à-dire si pour $t < \tau$,

$$E(x, t) = E(x, 0),$$

et pour $t > \tau$,

$$E(x, t) = 0,$$

on a

$$\int_0^d \frac{\mathrm{d}x}{E(x, 0)} = \int_0^\tau \mu(t)\,\frac{\rho_0}{\rho(t)}\,\mathrm{d}t,$$

d, déplacement des ions pendant le temps τ.

([9]) *Voir* à *ce sujet* Loeb. *Fundamental processes of electrical discharge in gases*, chap. I.

$E(x, o)$, dans le plan des fils, est donné par la formule (2) du paragraphe 2 ci-dessus. (En réalité, lors de la détente, les ions sont entraînés par le courant gazeux à quelques millimètres au-dessous du plan des fils. Il en résulte une légère correction.)

Ayant pris une photo avec le retard τ de coupure de champ, nous mesurons sur celle-ci le déplacement d de la catégorie d'ions étudiée, calculons la valeur de

$$\int_0^d \frac{\mathrm{d}x}{E(x, o)} = A(d)$$

et traçons la courbe $A(d)$ en fonction de τ. La pente de la tangente à cette courbe donne

$$\frac{\mu(\tau)}{\rho(\tau)}\rho_0.$$

Pendant la chute de piston, $\rho(\tau)$ est mal connu. Mais avant et après celle-ci, c'est-à-dire pour des temps inférieurs à $1,2.10^{-2}$ s, d'une part, supérieurs à $2,5.10^{-2}$ s, d'autre part, $\rho(\tau)$ est constant. Dans ces deux cas, on atteint directement la mobilité.

Nous présentons, à titre d'exemple, deux séries de photos parmi celles sur lesquelles nous avons effectué des mesures (photos 6 et 7).

Nota. — Rappelons que dans cette expérience nous ne prenons qu'une seule photo par détente. Donc, sur chacune des photos de ces séries, il s'agit d'un α différent.

2° *Mobilité des ions de multiplication.* — La série des photos 6 montre le déplacement d'une colonne d'ions de multiplication. La mesure des

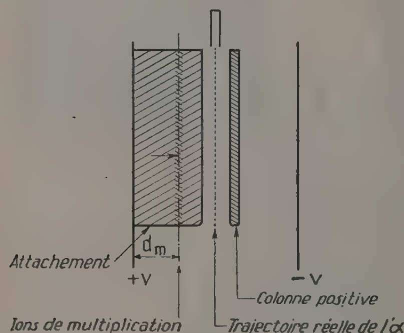


Fig. 3.

distances d_m (*fig.* 3) entre le fil collecteur et l'axe de la colonne est particulièrement facile à cause du parallélisme de celle-ci avec le fil.

Dans les trois premières photos (*a*, *b*, *c*), la colonne de multiplication est encore dans la nappe d'ions d'attachement. Dans la quatrième (*d*), elle est arrivée presque en face du canon à α. Dans la cinquième (*e*), elle l'a dépassé, et la trace directe positive ainsi que la nappe d'attachement ont disparu.

La figure 4 donne le résultat des mesures de

$$\int_0^\tau \frac{\mu(t)}{\rho(t)}\rho_0\,dt,$$

en fonction de τ pour les ions de multiplication.

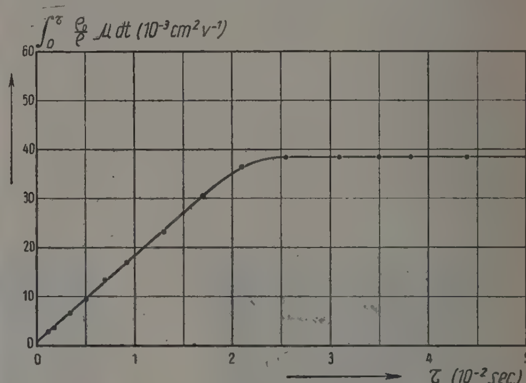


Fig. 4. — Courbe permettant d'obtenir les mobilités des ions de multiplication : $V = 460$ V; diamètre des fils : 0,04 cm.

La courbe fournit les indications suivantes :

a. Les ions de multiplication, probablement monoatomiques ou monomoléculaires au départ, atteignent en moins de 10^{-3} s une mobilité bien définie, car la partie ascendante de la courbe est rectiligne. Cette mobilité, dans notre mélange d'argon à 390 mm de Hg et d'octane à pression de vapeur saturante (10 mm de Hg) vaut, ramenée à la pression atmosphérique,

$$\mu_m = 0,93 \pm 0,04 \text{ cm/s par V/cm}.$$

b. Pendant la période de chute du piston, la mobilité des ions décroît par grossissement des gouttelettes. Au début de la chute, cet effet est compensé par la diminution de $\rho(t)$.

c. Presque aussitôt après la fin de chute du piston, dès $\tau = 2,5.10^{-2}$ s, la mobilité des gouttelettes est nulle (courbe horizontale).

3° *Mobilité des ions d'attachement et des ions de la trace positive.* — Nous appliquons la même méthode à la mesure des mobilités des ions d'attachement et des ions de la trace positive (série de photos 7), avec les remarques suivantes :

a. On peut mesurer seulement les dérives d_a des ions négatifs d'attachement « les plus lents » (*fig.* 5), ce terme étant entendu au sens statistique. En effet, rien ne prouve que tous les ions d'attachement conservent la même mobilité.

b. On constate aux forts retards de coupure de champ [photos 7 (*e*, *f*, *g*)] un élargissement anormal de la trace positive qui lui donne une curieuse

apparence de déboublement. En conséquence, au lieu de tenter de mesurer le déplacement de l'axe de la colonne positive, nous avons préféré mesurer

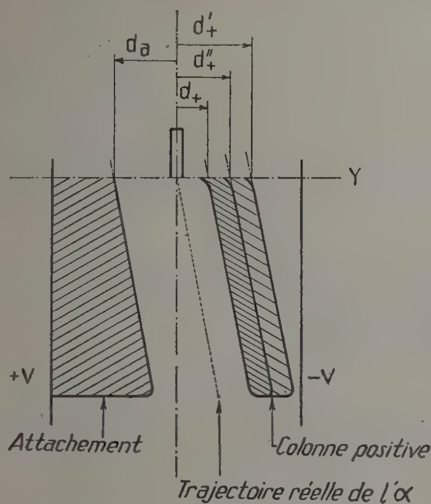


Fig. 5.

les déplacements d_+ des ions + « les plus lents », d_+ des ions + « les plus rapides » et, le cas échéant, d_+ des ions + « les plus rapides de la colonne principale » (*fig.* 5). Tous les termes sont pris au sens statistique, puisque les ions ainsi définis sont constamment remplacés par d'autres du fait de l'agitation thermique.

A cause de l'obliquité possible des α, on effectue les mesures des d_a et d_+ par extrapolation au plan Y de sortie du canon à α.

Les mesures de mobilité effectuées sont moins précises que celles sur les ions de multiplication. Les résultats sont donnés sur la figure 6 pour les temps antérieurs à la chute de piston et sur la figure 7 pour les temps postérieurs à celle-ci.

On voit sur la figure 6 que les ions négatifs « les plus lents » et les ions de la trajectoire positive atteignent également une mobilité bien définie après 10^{-3} s.

Pour $V = \pm 160$ V et $\mu_+ = 0{,}81 \pm 0{,}07$,

$$\mu'_+ = 1{,}00 \pm 0{,}09, \qquad \mu_a = 0{,}88 \pm 0{,}08.$$

Pour $V = \pm 300$ V et $\mu_+ = 0{,}84 \pm 0{,}07$,

$$\mu'_+ = 0{,}93 \pm 0{,}08, \qquad \mu_a = 0{,}95 \pm 0{,}08.$$

Après la chute du piston (*fig.* 7), on constate :

1° Les ions négatifs d'attachement « les plus lents » sont figés sur place sous forme de gouttelettes, ainsi qu'une grande partie des ions de la trace positive dès $\tau = 2{,}5.10^{-2}$ s. Ceci correspond à

$$\mu_a = 0, \qquad \mu_+ = 0, \qquad \mu''_+ = 0.$$

2° Une fraction importante des ions de la trace positive conserve une mobilité notable [courbe + + + sur *fig.* 7 et photo 7 (*e*, *f*, *g*)] bien après la fin de détente. Cette mobilité reste à peu près constante pour « les plus rapides » dans l'intervalle de temps étudié (jusqu'à 7.10^{-2} s). Sa valeur moyenne, ramenée à la pression atmosphérique, est

$$\overline{\mu'_+} = 0{,}21 \pm 0{,}05 \text{ cm/s par V/cm}.$$

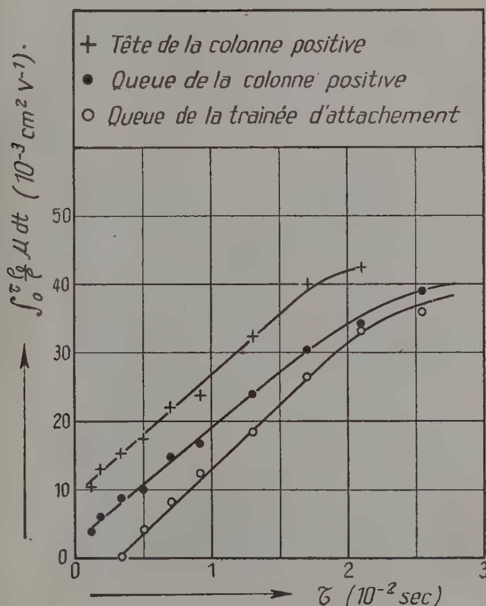


Fig. 6. — Courbe permettant d'obtenir les mobilités des ions de la colonne positive et de ceux de la nappe d'attachement : $V = 300$ V; diamètre des fils : 0,04 cm.

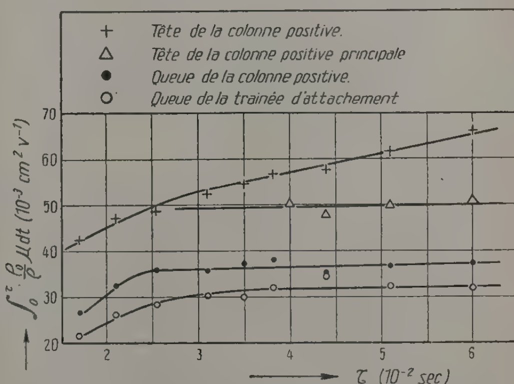


Fig. 7. — Courbe permettant d'obtenir les mobilités des ions les plus rapides de la colonne positive : $V = 200$ V; diamètre des fils : 0,04 cm.

4. **Conclusions. Interprétation.** — L'intérêt de la présente méthode est de visualiser les phénomènes qui régissent le fonctionnement des compteurs

proportionnels et qu'on n'avait pu illustrer jusqu'alors de cette manière ([10]).

a. Attachement. — En opérant un comptage des gouttes, on pourrait appliquer à notre atmosphère composée la méthode des mélanges décrite par Bailey et Healey ([11]). On ferait varier la composition du mélange en travaillant à différentes pressions.

b. Multiplication. — Dans le tableau ci-contre, nous avons comparé nos résultats (*voir* § 2 *c*) à ceux donnés par un calcul théorique ([12]) dans une atmosphère d'argon pur; nous les avons comparés également à des résultats expérimentaux obtenus par d'autres auteurs ([13]) dans une atmosphère d'argon pur et d'argon + propane (méthode électronique).

Rayon du fil (cm).	Pression (mm de Hg).	Notre expérience $\frac{E}{p}$.	Notre expérience Multiplication.	Théorique $\frac{E}{p}$.	Autres expériences $\frac{E}{p}$.
2.10⁻².	400	7,5	Non	–	–
2.10⁻².	400	11,5	Oui	14,9 ([a])	–
1,25 .10⁻².	400	–	–	–	12,3 ([b])
0,5 .10⁻².	360	17,4	Non	–	–
0,5 .10⁻².	360	21,6	Oui	20,8 ([a])	–
0,135.10⁻².	400	24	Non	–	–
0,135.10⁻².	400	72	Oui (forte)	23,2 ([a])	–
0,125.10⁻².	5 200	–	–	–	30,4 ([c])

([a]) En argon pur, pour A = 1,001.

([b]) En argon pur, courbe d'amplitude d'impulsions extrapolée.

([c]) Dans un mélange 84 pour 100 A, 16 pour 100 C_3H_8. Courbe d'amplitude d'impulsions extrapolée.

On trouve un assez bon accord, bien que le calcul théorique semble sous-estimer l'effet de la variation de diamètre du fil.

La transformation progressive de la colonne d'ions de multiplication en gaine entourant le fil lorsqu'on augmente le champ n'avait pas été clairement montrée jusqu'à présent, mais elle était prévisible théoriquement.

c. Mobilités. — 1° La mobilité bien définie de 0,93 cm/s par V/cm qu'atteignent avant la détente les ions de multiplication en moins de 10^{-3} s est beaucoup plus faible qu'une mobilité d'ion monoatomique ou monomoléculaire. L'ion est devenu un agrégat stable de quelques dizaines de molécules ([14]). Bien que la composition exacte de cet agrégat soit inconnue du fait des impuretés électronégatives présentes dans la chambre, il est probable que le noyau de base va s'entourer de préférence de molécules d'octane. En effet, celles-ci sont dans des conditions thermodynamiques très proches de la condensation à l'état liquide. Leur polarisabilité dans le champ électrique des ions doit être accrue et les forces de cohésion de l'état liquide doivent déjà se manifester. Cette hypothèse est étayée par la constatation suivante : le rayon d'un de nos agrégats calculé à partir de sa mobilité ([15]) vaut $4,5.10^{-8}$ cm. Cette valeur reportée sur la courbe d'équilibre thermodynamique d'une gouttelette d'octane chargée (*fig.* 8) correspond exactement à une sursaturation ambiante égale à l'unité (point I).

La composition de tous ces agrégats doit être très voisine, car l'élargissement de la colonne de multiplication, compte tenu de la diffusion thermique, est faible, même après un long parcours [photos 6 (*d* et *e*)].

Fig. 8.

2° Aux erreurs de mesure près, les mobilités atteintes dès 10^{-3} s pour les autres catégories d'ions sont égales à celles des ions de multiplication : bien que le processus de création de ces ions soit très différent, on peut admettre qu'ils ont constitué des agrégats stables de même type.

En particulier, on ne distingue à aucun moment avant détente deux ou plusieurs groupes d'ions de mobilités différentes dans la trace positive, malgré une légère dispersion des « plus lents » ($\mu_+ = 0,83$) aux « plus rapides » ($\mu'_+ = 0,96$). Nous avons confirmé ce point en différant la chute du piston de la chambre et en coupant le champ électrique aussitôt avant.

3° Le phénomène qui provoque l'élargissement

([10]) A l'exception des photos présentées par Hodson et Loria sur le fonctionnement des compteurs au voisinage de la région Geiger.

([11]) *Voir* V. A. Bailey et R. H. Healey. *Phil. Mag.*, 1935, **19**, 725 ou R. H. Healey et J. W. Reed. *The behaviour of slow electrons in gases* (*Amalgamated wireless australasia*, Sydney, 1941).

([12]) *Voir* D. H. Wilkinson. *Ionisation chambers and counters*, p. 48.

([13]) *Voir* Rossi et Staub. *Ionisation chambers and counters, Experimental techniques* (*fig.* 4-4 et 4-11).

([14]) Dans ce domaine de taille, le calcul des dimensions d'un ion à partir de sa mobilité est peu sûr. *Voir* Loeb, chap. I, C. 5.

([15]) Courbe donnée par Tyndall, *The mobility of positive ions in gases*, p. 89.

imprévu de la colonne positive [photos (*e*, *f*, *g*)] n'est pas lié à l'instant d'ionisation initial de la particule α. Nous en donnons pour preuve la photo 8. Sur cette photo, on voit un second α émis $1,6.10^{-2}$ s après le premier (temps calculés d'après les distances d_+ et d_-). Lorsque le second α a été émis, la détente venait de commencer. Le champ a été coupé 2.10^{-2} s après la fin de détente.

L'élargissement des deux trajectoires [caractérisé par $A(d'_+) - A(d_+)$] est le même compte, tenu de l'inhomogénéité du champ. Le phénomène est donc insensible au temps qui s'est écoulé entre émission α et détente.

Par contre, le phénomène d'élargissement est lié au déplacement d'ions dans le champ électrique après détente. En effet :

a. Il ne se produit jamais lorsqu'on coupe le champ avant la fin de détente, même lorsqu'on retarde celle-ci.

b. Il apparaît toujours lorsque la coupure de champ est postérieure à la fin de détente. Il semble progressif et la mobilité des ions du front d'élargissement se maintient à peu près constante.

L'élargissement ne se produit jamais sur les faibles colonnes d'ions de multiplication, alors qu'il est très apparent sur les traces positives correspondantes. Il nous semble que l'apparition du phénomène est liée à une forte densité locale des ions. (Il est difficile de se prononcer dans un cas comme celui de la photo 4, où la colonne de multiplication déjà étalée en profondeur et vue par la tranche a de fortes chances, malgré les apparences, d'être localement beaucoup moins dense en ions que la trace positive.)

Nous croyons possible d'attribuer au phénomène une cause purement thermodynamique en nous référant à la courbe d'équilibre d'une gouttelette chargée dans un milieu de sursaturation donnée [16]. Cette courbe (C_{lim}) est reproduite sur la figure 8 pour une gouttelette d'octane.

Les gouttelettes formées sur les ions avant détente (point I) grossissent rapidement lorsque la sursaturation ambiante dépasse S_{lim} et atteinte S_a, par exemple, mais avec des vitesses différentes. Ce faisant, elles abaissent la sursaturation locale. Lorsque la densité en ions est très forte, ce phénomène peut devenir assez important pour ramener la sursaturation locale au-dessous de S_{lim}, à S_b, par exemple. Toutes les gouttelettes de rayon supérieur à r_b peuvent continuer à croître (courbe du type C_1). Celles de rayon inférieur à r_b ne peuvent que se réévaporer rapidement (courbe du type C_2) jusqu'à ce que, déplacées par le champ électrique, elles arrivent dans une région où la sursaturation est de nouveau favorable à leur grossissement. Si les gouttelettes ainsi réévaporées sont très nombreuses, le processus pourra se poursuivre. La mobilité apparente du front d'élargissement ($\mu'_+ \neq 0,21$ cm/s par V/cm) ne caractérise pas précisément un type de gouttelettes, puisque celles-ci y sont constamment remplacées par d'autres. Elle donne simplement un ordre de grandeur des dimensions de telles gouttelettes. On peut leur attribuer [d'après Tyndall [15]] un rayon de $1,7.10^{-7}$ cm environ [17].

(16) *Voir* N. N. DAS GUPTA et S. K. GHOSH, *Rev. Mod. Physics*, 1946, **18.2**, 231, ainsi que E. BAGGE, F. BECKER et G. BEKOW, *Z. Angew. Physik*, 1951, **3**, 201.

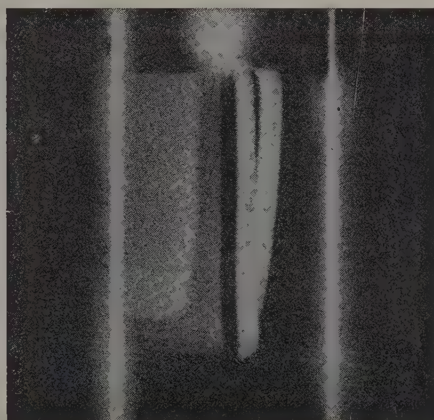


Photo 8. — Deux α émis à des instants différents permettent de confirmer l'hypothèse thermodynamique sur l'élargissement anormal de la colonne positive.

Nous tenons à exprimer notre reconnaissance envers M. A. Berthelot, Chef du Service de Physique nucléaire, qui a bien voulu nous encourager à poursuivre la présente étude et nous a aidé de ses conseils.

Nous remercions également les membres des laboratoires d'électronique de M. Pottier et M. Chaminade, qui nous ont aidé en mettant au point le délicat ensemble d'électronique nécessaire à cette expérience, qui a fait l'objet d'un rapport C.E.A., n° 130.

(17) Nous venons de prendre connaissance, au moment de publier notre article, d'un travail de M. J. COHEN (*Rev. Sc. Inst.*, 1951, **22.12**, 966) sur une chambre autocommandée.

Manuscrit reçu le 4 mars 1952.

LETTRES A LA RÉDACTION

MESURES DE DISPERSION DE BIRÉFRINGENCE DANS L'INFRAROUGE

Par Mlles A. M. VERGNOUX et S. THÉRON.
Laboratoire de Physique,
Faculté des Sciences de Montpellier.

On utilise la méthode du spectre cannelé de biréfringence donné par un compensateur de Bravais associé à un spectromètre à deux prismes de quartz. Le compensateur, à teintes plates, est placé sur le faisceau parallèle, monochromatique, polarisé par un nicol ou une pile de lames de Cl Ag; il semble bien adapté à des mesures dans l'infrarouge, compte tenu de la nécessité d'utiliser au mieux l'énergie du faisceau et de le concentrer sur un récepteur de très petites dimensions.

La position des cannelures est repérée sur l'enregistrement à 0,005 μ près environ; elles sont déplacées par l'introduction de la lame à étudier et l'on peut déduire, de leur position et de l'étalonnage préalable du compensateur, la biréfringence de la lame pour les radiations correspondant à des cannelures noires. On couvre le domaine spectral à étudier par des mesures suffisamment serrées en faisant une série d'enregistrements pour différentes positions du compensateur.

La biréfringence est ainsi mesurée à 2 ou 3/100e près.

Des mesures sont en cours sur le mica et la cellophane en vue de fabriquer des lames quart ou demi-onde pour l'infrarouge proche.

Nous pensons également étudier par cette méthode les anomalies de biréfringence au voisinage d'une bande d'absorption (oscillation OH, par exemple), ce qui permettrait de préciser la nature du dichroïsme et, par suite, la structure du cristal.

Manuscrit reçu le 29 avril 1952.

NOUVEAU PROCÉDÉ D'INVESTIGATION DES FRANGES ÉLECTRONIQUES DES CRISTAUX MINCES

Par MM. R. BERNARD et E. PERNOUX.
Laboratoire d'Optique électronique,
Institut de Physique générale, Lyon.

Nous avons déjà classé les franges électroniques qui apparaissent sur les cristaux minces pendant leur observation au microscope électronique en trois groupes distincts [1]. Le deuxième comprend des franges fixes dans l'espace, mais fugaces dans le temps et qui présentent une curieuse symétrie en arête de poisson. Il était intéressant de rechercher dans quelle mesure leur orientation est liée au réseau cristallin. Pour résoudre ce problème, nous avons mis au point une méthode permettant de superposer l'image d'un microcristal à son diagramme de points rigoureusement orienté. Ce résultat s'obtient en formant, sans déplacer ni la préparation ni la surface sensible, l'image du cristal et son diagramme donné par un pinceau électronique étroit. L'objectif utilisé est du type électrostatique le projectif du type magnétique escamotable. L'observation d'un

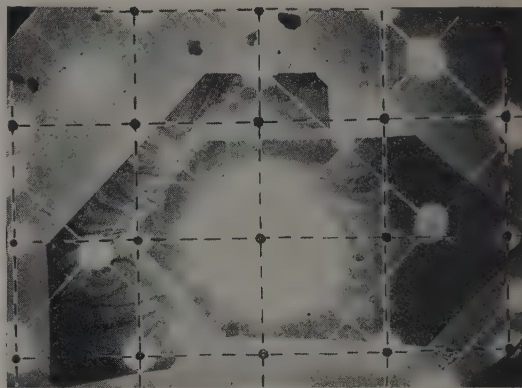


Fig. 1. — Image de deux cristaux de MoO_3 et leurs diagrammes superposés.

cristal tabulaire assez gros, quelques dizaines de microns, peut donc se faire avec l'objectif seul (200 X) et sans rotation de l'image, si bien que le diagramme de points superposé se trouve immédiatement orienté.

Pour des cristaux plus petits, on mesure au préalable la rotation de l'image introduite par le projectif aux divers grossissements utilisés, 3 600, 7 000 et 12 000. On trouve que, pour une tension accélératrice de 40 kV, les angles de rotation sont respectivement 217, 236 et 260°.

Dans la pratique courante, on superposera donc l'image (12 000 X) du petit cristal et son diagramme électronique que l'on réorientera en le faisant tourner de l'angle convenable.

Ce procédé appliqué aux cristaux tabulaires donnés par l'oxyde molybdique permet de vérifier que leur grande face est parallèle au plan 010 et qu'ils sont allongés suivant la direction c

$$a = 3{,}92 \text{ Å}, \qquad b = 13{,}94 \text{ Å}, \qquad c = 3{,}66 \text{ Å}.$$

Ces résultats sont en accord avec les conclusions de

Nora Wooster [2] déduites de diagrammes X sur des cristaux beaucoup plus gros (2 × 1 × 0,005 mm). Toutes proportions gardées, nos cristaux de 2 à 5 μ auraient une épaisseur suivant *b* comprise entre 50 et 200 Å en parfait accord avec leur transparence aux électrons.

Grâce à la même méthode, nous avons pu montrer que les franges en arête de poisson de MoO_3 sont orientées suivant les plans 203 et $20\bar{3}$ qui font entre eux un angle de 108°52′. Plus exceptionnellement, les franges sont parallèles aux plans voisins 305 et $30\bar{5}$ avec un écart angulaire de 114°32′. La moyenne de 39 mesures a donné pour angle des

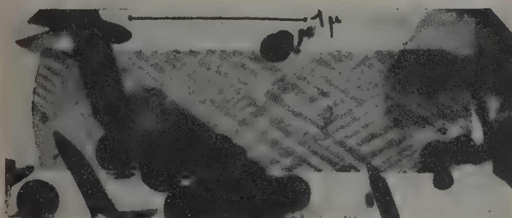


Fig. 2 *a*.

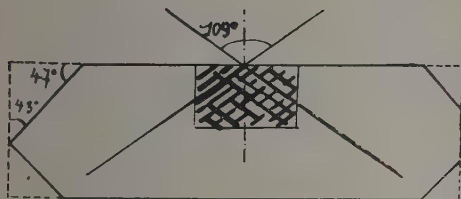


Fig. 2 *b*.

Fig. 2 *a* et 2 *b*. — Franges électroniques en arête de poisson.

franges : 109 et 115°, la bissectrice de ces angles étant le plan 001.

Dans le cas des cristaux minces d'iodure de plomb dont les contours sont difformes, l'application du même procédé nous a permis de débrouiller les figures de diffraction très complexes qu'on y observe. Elles se présentent avec la symétrie 6, caractéristique du système hexagonal.

Enfin, les diagrammes de points réalisés au cours de l'observation au microscope électronique renseignent à chaque instant sur l'état du réseau cristallin (déformation, distorsion, transformation chimique) qui donne les franges électroniques. Ils fournissent le moyen d'accéder au mécanisme intime du phénomène.

[1] Bernard R. et Pernoux E. — *Optik*, 1952, **9**, 1.
[2] Nora Wooster. — *Z. Kristall.*, 1931, **80**, 504.

Manuscrit reçu le 2 mai 1952.

CARACTÉRISTIQUE PHOTOÉLECTRIQUE D'UN MULTIPLICATEUR D'ÉLECTRONS EN ALLIAGE CUIVRE-BERYLLIUM DANS L'ULTRAVIOLET JUSQU'A 1500 Å

Par M. Vladimir Schwetzoff, Mme Simone Robin et M. Boris Vodar.

Laboratoire de Physique-Enseignement, Sorbonne.

Parmi les alliages qui présentent pratiquement un coefficient d'émission secondaire suffisamment élevé et stable, le cuivre-beryllium et l'argent-magnésium sont connus et étudiés par divers auteurs depuis une quinzaine d'années.

L'Ag-Mg a acquis un développement pratique bien plus considérable que le Cu-Be, sans doute parce que ce dernier a un coefficient d'émission qui est moitié moindre et parce qu'il est peut-être encore plus capricieux que le premier [1], [2].

Le Cu-Be connaît cependant ces dernières années un regain de faveur dans certaines applications où l'exposition occasionnelle de la cathode et des cibles multiplicatrices au contact de l'air atmosphérique est pratiquement inévitable. En effet, sous ce rapport, le Cu-Be est plus stable que l'Ag-Mg. Ce cas se présente dans les appareils tels que les spectrographes de masse ou les spectrographes ou monochromateurs à vide pour l'ultraviolet lointain [3], [4], [5], où l'on doit supprimer toute présence de matière entre la source de rayonnement et le détecteur.

C'est en vue de la spectrophotométrie dans l'ultraviolet lointain que l'un de nous a construit un multiplicateur d'électrons au Cu-Be prévu pour fonctionner sans fenêtre immédiatement à la sortie d'un monochromateur à vide. Cependant, en vue d'observer l'influence éventuelle du contact de l'air sur la photocathode ou les cibles, ce multiplicateur, soudé dans un tube de pyrex muni d'une fenêtre soufflée en quartz homosil [6], a été soigneusement dégazé et vidé selon la technique habituelle des tubes scellés. Les résultats de mesures que nous rapportons ici sont ceux relatifs à ce tube scellé, avant tout nouveau contact des surfaces avec l'air. La caractéristique spectrale est donc limitée vers 1500 Å par l'absorption de la fenêtre de quartz. Par ailleurs, cette courbe spectrale n'est pas corrigée en fonction de la répartition énergétique (encore inconnue) de la lumière à la sortie du monochromateur, mais nous estimons cependant qu'il est utile de la publier parce que la seule publication qui, à notre connaissance, donne la caractéristique photoélectrique du Cu-Be s'arrête à 2 000 Å, limite du spectrophotomètre Beckmann [7] et aussi parce qu'elle apporte un certain nombre de renseignements qui seront énumérés ci-après.

Auparavant, nous préciserons que ce multiplicateur, du type électromagnétique, comporte une photocathode et 12 étages de multiplication en Cu-Be du type « Mallory 73 » (Johnson, Matthey et Cie) et présente une amplification de 3 000 ($\sigma = 2$) sous 175 V par étage et 40 000 ($\sigma = 2,4$) sous 300 V par étage. Nous ne savons pas encore si cette valeur un peu faible de σ (habituellement : 2,5 à 3,5) est propre à cet échantillon d'alliage ou bien si elle est due à une oxydation insuffisante. Le courant d'obs-

curité (compensé dans nos mesures) est de 6.10^{-13} A sous 2 275 V et de 6.10^{-12} A sous 3 900 V.

La courbe (1) représente le courant (mesuré à l'électromètre A. O. I. P.) débité par le multiplicateur éclairé à travers sa fenêtre de quartz homosil et la courbe (2) se rapporte au cas où l'on interpose un filtre constitué par un quartz de mauvaise qualité qui coupe à 1700 Å afin de supprimer l'apparition du spectre de second ordre qui vient masquer le seuil photoélectrique.

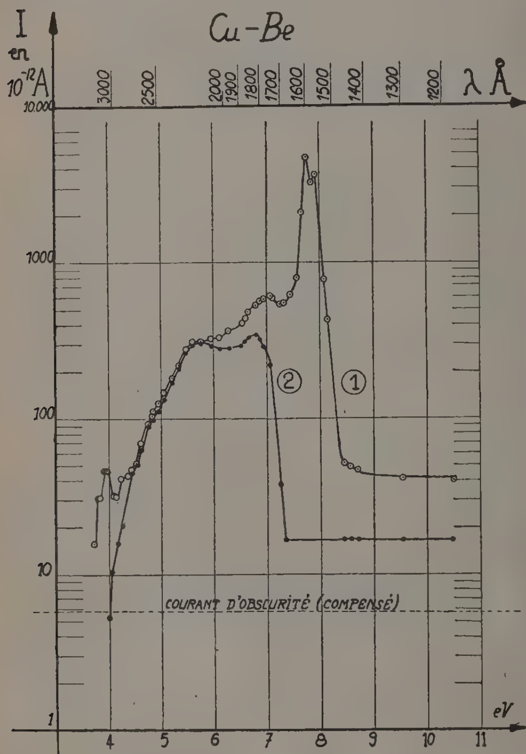


Fig. 1.

Ces résultats (comparés à ceux que nous avons précédemment publiés) permettent de conclure que :

1° Le seuil photoélectrique de cet échantillon de Cu-Be se trouve vers 4 eV (3 000 Å environ) en accord avec la publication déjà citée [7];

2° Le rendement photoélectrique du Cu-Be comparé à celui de Ag-O-Cs est de 6 à 8 fois moindre entre 1608 et 2 000 Å;

3° Le rapport $\frac{I_u}{I_d}$ à 1608 Å est de l'ordre de 100, valeur assez faible qui fait penser que la lumière diffuse est pour sa plus grande part de courte longueur d'onde. On voit que 40 pour 100 du courant dû à la lumière diffuse agissant sur la photocathode provient de la bande 1500-1700 Å.

[1] Warnecke R. — Brevet français S. F. R. n° 824 365 du 23 octobre 1936.
[2] Le Boiteux M. H. — *Rev. Techn. C. G. C. T.-L. M. T.*, 1941, **1**, 21.
[3] Allen J. S. — *Rev. Sc. Instr.*, 1947, **18**, 865.
[4] Robson. — *Rev. Sc. Instr.*, 1948, **19**, 865.
[5] Piore E. R., Harvey G. G., Gyorgy E. M. et Kingston R. H. — *Rev. Sc. Instr.*, 1952, **23**, 8.
[6] Schwetzoff V., Robin Mme S et Vodar B. — *C. R. Acad. Sc.*, 1952, **234**, 426.
[7] Morrish A. H., Williams G. W. et Darly E. K. — *Rev. Sc. Instr.*, 1950, **21**, 884.

Manuscrit reçu le 30 avril 1952.

SUR UNE INTERDICTION DE CONFIGURATION EN RADIOACTIVITÉ β

Par M. Trocheris.

Service de Physique mathématique,
Commissariat à l'Énergie atomique.

Une étude systématique des désintégrations β des noyaux de *A* impair [1] a permis de mettre en évidence quelques transitions particulières qui semblent interdites par autre chose que les règles de sélection sur le spin et la parité. En particulier, certaines transitions à l'état fondamental ou à un état isomère du noyau final, qui sont incontestablement permises d'après le modèle nucléaire de Maria Mayer, ont des valeurs de *ft* nettement trop élevées. Celles qui correspondent aux cinq plus grandes valeurs de log *ft* sont les désintégrations de Ni^{63} (6,4) Ni^{65} (6,6), Zr^{89} *m* (6,8), Zn^{87} (7,0) et Y^{87} (7,6). Les cas de Ni^{63}, Ni^{65} et Zn^{65} ont déjà été expliqués par une règle de sélection sur le moment cinétique orbital [2]. Les deux autres cas pourraient s'expliquer de la façon suivante par une sorte de règle de sélection sur les configurations. Avec la notation du spin isotopique, l'hamiltonien d'interaction pour la désintégration β est un opérateur à une particule. Il en résulte que son élément de matrice est nul entre deux états initial et final appartenant à deux configurations qui diffèrent par les nombres quantiques de plus d'une particule. Ceci suppose que l'on adopte un modèle de particules indépendantes pour le noyau. Un tel modèle ne peut pas être utilisé sans précautions, mais il semble que le modèle de M. Mayer s'applique bien au calcul approximatif des éléments de matrice β. D'après ce modèle, les configurations en protons et en neutrons peuvent être les suivantes dans les désintégrations de 80 *h* ${}_{39}Y^{87}_{48}$ [3] et 4,4 *m* ${}_{40}Zr^{89}_{49}$ [4] :

$$\begin{array}{cccc} \text{P.} & \text{N.} & \text{P.} & \text{N.} \\ p\frac{1}{2} & \left[\left(p\frac{1}{2}\right)^2\left(g\frac{9}{2}\right)^8\right] & \xrightarrow{\beta+} & \left[p\frac{1}{2}\left(g\frac{9}{2}\right)^{10}\right] \\ \left(g\frac{9}{2}\right)^2 & \left[p\frac{1}{2}\left(g\frac{9}{2}\right)^{10}\right] & \xrightarrow{\beta+} \; p\frac{1}{2} & \left[\left(p\frac{1}{2}\right)^2\left(g\frac{9}{2}\right)^{10}\right] \end{array}$$

On voit que ces transitions ne peuvent pas se faire par changement d'état d'un seul proton se transformant en neutron. Un autre cas d'interdiction par les configurations serait 43 *j* ${}_{48}Cd^{115}_{67}$ [5] pour lequel log *ft* = 8,7, alors que d'après le modèle

des couches et la mesure du spin final, la transition ne peut être que $h\frac{11}{2} \to g\frac{9}{2}$

$$\left(g\frac{9}{2}\right)^{10}\left[\left(s\frac{1}{2}\right)^2 - h\frac{11}{2}\right] \xrightarrow{-\beta} \left(p\frac{1}{2}\right)^2\left(g\frac{9}{2}\right)^9\left[\left(s\frac{1}{2}\right)^2\right].$$

Pour Zr^{89} et Cd^{115}, il faut admettre qu'une paire de nucléons de j petit $\left(\frac{1}{2}\right)$ passe à une couche supérieure de j élevé $\left(\frac{9}{2}\right)$. Cette possibilité et confirmée par l'étude systématique du remplissage progressif des couches à l'aide des mesures de spin et des désintégrations β. L'examen du schéma de désintégration de Y^{87} [3] montre que la règle de sélection sur les configurations ne joue pas pour les transitions γ. Ceci peut être dû aux courants d'échange qui font intervenir des opérateurs à deux particules.

On peut hasarder une explication de la désintégration très interdite de C^{14} avec cette interdiction sur les configurations. Considérons les trois possibilités suivantes pour les configurations dans la transition $C^{14} \to N^{14}$:

		P.	N.
${}_6C_8^{14}$	....	$\left(s\frac{1}{2}\right)^2\left(p\frac{3}{2}\right)^4$	$\left[\left(s\frac{1}{2}\right)^2\left(p\frac{3}{2}\right)^4\left(p\frac{1}{2}\right)^2\right]$
${}_7N_7^{14}$	1°.....	$\left(s\frac{1}{2}\right)^2\left(p\frac{3}{2}\right)^4 p\frac{1}{2}$	$\left[\left(s\frac{1}{2}\right)^2\left(p\frac{3}{2}\right)^4 p\frac{1}{2}\right]$
	2°.....	$\left(s\frac{1}{2}\right)^2\left(p\frac{3}{2}\right)^4 p\frac{1}{2}$	$\left[s\frac{1}{2}\left(p\frac{3}{2}\right)^4\left(p\frac{1}{2}\right)^2\right]$
	3°.....	$s\frac{1}{2}\left(p\frac{3}{2}\right)^4\left(p\frac{1}{2}\right)^2$	$\left[\left(s\frac{1}{2}\right)^2\left(p\frac{3}{2}\right)^4 p\frac{1}{2}\right]$

Dans le premier cas, $\Delta I = 1$, sans changement de parité, $\log ft \sim 5$.

Dans le deuxième cas, $\Delta I = 1$, avec changement de parité et $\log ft \sim 7$ au plus, sauf avec des formes d'interaction très particulières [6].

Dans le troisième cas, $\Delta I = 1$, avec changement de parité et il y a interdiction par les configurations; si l'on admet que cette interdiction augmente le ft, comme dans les cas précédents par un facteur de l'ordre de 100, on arrive à $\log ft \sim 9$ qui est la valeur observée.

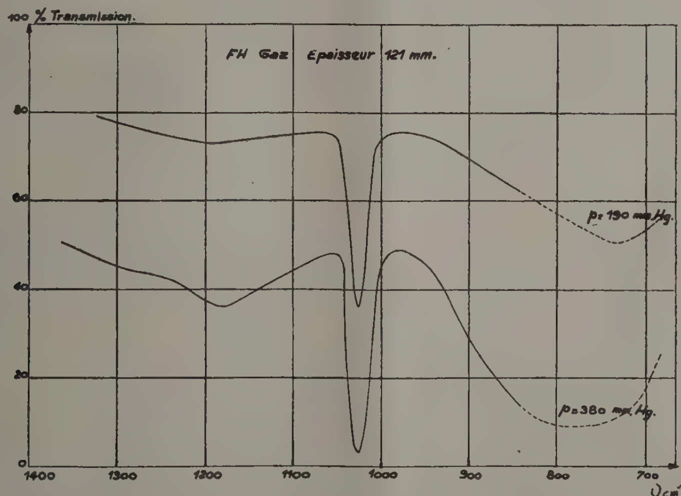
[1] A paraître au *Journal de Physique*.
[2] Mayer et al. — *Rev. Mod. Physico*, 1951, **23**, 315.
[3] Mann et Axel. — *Phys. Rev.*, 1951, **84**, 221.
[4] Shore et al. — *Phys. Rev.*, 1951, **83**, 688 (L).
[5] Gill et al. — *Phys. Rev.*, 1950, **80**, 284 (L).
[6] Weisskopf et Blatt. — Ouvrage à paraître.

Manuscrit reçu le 23 avril 1952.

SUR LE SPECTRE INFRAROUGE DE L'ACIDE FLUORHYDRIQUE GAZEUX ENTRE 1400 cm⁻¹ ET 700 cm⁻¹

Par R. Coulon.
Laboratoire des Hautes-Pressions, Bellevue.

On sait que diverses propriétés de l'acide fluorhydrique gazeux montrent qu'il est associé à la température ordinaire. Les renseignements les plus directs proviennent de l'étude du spectre infrarouge [1], [2], [3], mais on n'avait jusqu'ici aucune donnée sur les basses fréquences des molécules associées, car on n'avait exploré que le proche infrarouge.



Nous voulons signaler ici les premiers résultats d'un travail en cours. Avec des cuves en acier inoxydable munies de joints de téflon (*cf.* [2]) et de fenêtres de chlorure d'argent, nous avons pu atteindre la longueur d'onde de 14 μ à l'aide d'un spectromètre Perkin-Elmer modèle 12 C à prisme de chlorure de sodium. Nous pensons que l'acide était aussi propre que possible, il était préparé de la manière décrite par Safary [2].

La figure ci-dessus représente la transmission du gaz à 20° C sous une épaisseur de 121 mm et sous des pressions de 190 mm et 380 mm de mercure. On constate que trois bandes apparaissent : la plus intense est à 1025 cm⁻¹, les deux autres

à 1170 cm^{-1} (8,54 μ) et vers 750-800 cm^{-1} (13 à 12,5 μ). Pour la bande à 1025 cm^{-1}, la variation de l'intensité avec la pression est si rapide qu'il ne semble pas douteux qu'il s'agisse d'une bande d'association, donc attribuable aux polymères de FH. Il est vraisemblable qu'il en est de même pour les deux autres bandes.

Seule la fréquence FH libre et sa valeur perturbée dans les polymères était connue; l'exploration complète des basses fréquences permettra une meilleure interprétation de la structure de ces polymères.

[1] Safary E., Vodar B. et Coulon R. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **232**, 2 415.
[2] Safary E. — *Thèse*, Paris, 1951; *Ann. Phys.* (à paraître).
[3] Shelton R. D. et Nielsen A. H. — *J. Chem. Phys.*, 1951, **10**, 1312.

Manuscrit reçu le 30 avril 1952.

L'ÉNERGIE ÉLECTROSTATIQUE DE RÉSEAUX LACUNAIRES. APPLICATION A LA PYRRHOTINE Fe_7S_8

Par Félix Bertaut.
Laboratoire d'Électrostatique et de la Physique du Métal, Institut Fourier, Grenoble.

Depuis les travaux de Hägg, on connaît un grand nombre de réseaux lacunaires (defect lattices) dont l'existence s'explique par la présence d'ions susceptibles de deux états de valence ([1]). Nous allons montrer qu'une disposition ordonnée des lacunes peut, non seulement stabiliser le réseau, mais que dans un exemple concret elle donne lieu à des énergies de stabilisation très grandes, de l'ordre de 500 à 1000 fois plus grandes que les énergies connues des transformations ordre-désordre.

Dans un réseau tel que $Fe_{1-\varepsilon}X$ (X = O, S, Se, Te), il correspond une paire d'ions Fe^{+++} à chaque lacune L. La formule suivante, plus explicite



$$L_\varepsilon Fe^{+++}_{2\varepsilon} Fe^{++}_{1-3\varepsilon} X^{--} = Fe_{1-\varepsilon} X$$

représente ce fait.

A l'état de désordre complet ([2]), chaque site d'un cation porterait en moyenne deux charges positives dans l'exemple précédent. Créer une lacune et une paire d'ions trivalents dans des sites où il y avait deux charges positives, revient à apporter de l'infini deux charges négatives sur les sites des lacunes et une charge positive sur chacun des sites de Fe^{+++}. L'excès d'énergie d'ordre sur l'énergie de désordre, c'est-à-dire l'énergie de stabilisation est donc égale à celle d'un réseau *fictif* dans lequel les lacunes porteraient deux charges négatives et les sites de Fe^{+++} une charge positive. Nous pouvons en conclure que les lacunes (porteurs de la plus grande charge dans le réseau fictif) ont tendance à garder entre elles la plus grande distance possible et à s'entourer d'ions Fe^{+++} à la plus faible distance possible. Nous avons pu vérifier aux rayons X que dans le cas de la pyrrhotine



$$Fe_7S_8 = L\,Fe_2^{+++} Fe_5^{++} S_8^{--},$$

les lacunes ont effectivement des distances maxima compatibles avec la structure [1].

Application. — Dans la structure de la pyrrhotine, des plans « pleins » de fer alternent selon l'axe *c* avec des plans lacunaires, les lacunes ayant des distances très approximativement égales dans le plan et entre plans. L'emplacement des trous étant fixé par la structure (les rayons X ne peuvent différencier les ions Fe^{++} et Fe^{+++}), on peut essayer de choisir les sites des Fe^{+++} de telle façon que l'énergie de stabilisation soit maximum en valeur absolue. Nous avons examiné les possibilités suivantes, réalisables à l'intérieur du groupe de symétrie $C - c$, où les ions Fe^{+++} se trouvent en positions ordonnées (1 à 3) :

1° Tous dans les plans lacunaires;

2° Tous dans les plans « pleins »;

3° Moitié dans les plans « pleins », moitié dans les plans lacunaires;

4° En positions désordonnées, distribués au hasard, les lacunes seules restant ordonnées.

Nous omettons ici les détails des calculs que nous avons faits en utilisant la théorie des potentiels électrostatiques ([3]) de P. P. Ewald [2]. Le tableau dans lequel l'énergie de stabilisation électrostatique est rapportée à une « molécule » Fe_7S_8, soit à N lacunes (N = nombre d'Avogadro), résume les résultats. On voit que l'énergie due à l'ordre des lacunes seules est déjà bien considérable, de l'ordre de 70 pour 100 de l'énergie de stabilisation maximum.

Bien que le modèle 3 paraisse être le plus favorable au point de vue énergétique, la considération de la seule énergie électrostatique ne permet pas de décider lequel des modèles envisagés est acceptable, car le caractère homéopolaire des liaisons croît lorsque l'on passe des structures cubiques (FeO) aux structures sénaires du type NiAs, auquel la pyrrhotine est apparentée.

Mais ce qu'il importe de retenir, c'est que l'énergie de stabilisation électrostatique dont la contribution est sûrement la plus importante dans le bilan d'énergie, peut atteindre des valeurs immenses, de l'ordre de 500 grandes calories pour N (N = nombre d'Avogadro) lacunes ordonnées, soit 1000 fois plus que les énergies nécessaires aux transformations ordre-désordre habituelles. Il faut en conclure que *dans les structures lacunaires* telles que $Fe_2O_3 - \gamma$, $Al_2O_3 - \gamma$, $Fe_{1-\varepsilon}S$, etc., *les lacunes sont généralement ordonnées* Si cela a échappé jusqu'ici à l'observation aux

([1]) On ne considère pas ici les trous de Frenkel et Schottky thermodynamiquement stables.

([2]) Les énergies de stabilisation très grandes que nous trouvons font paraître un tel état de désordre complet, pris ici comme état de référence, comme étant purement hypothétique.

([3]) Un article d'ensemble paraîtra ailleurs.

TABLEAU*.

W (*) en eV.	en kcal.	Modèle.
−17,6	−407...	Tous les Fe^{+++} dans les plans lacunaires
−20,4	−472...	» » pleins
−21,5	−495...	Moitié des Fe^{+++} dans les plans pleins / » » lacunaires
−13,7	−318...	Les Fe^{+++} sont complètement désordonnés

(*) W = Énergie de stabilisation électrostatique par molécule de $Fe_7S_8 = LFe_2^{+++}Fe_5^{++}S_8^{--}$.

rayons X, c'est que les réflexions auxquelles la surstructure des lacunes donne lieu sont très faibles sur les clichés de Debye-Scherrer. De plus, l'ordre des lacunes peut être à courte distance, en quel cas, les raies de surstructure sont pratiquement inobservables.

[1] BERTAUT F. — *C. R. Acad. Sc.*, 1952, **234**, 1295.

[2] EWALD P. P. — *Ann. Physik*, 1921, **64**, 253.

Manuscrit reçu le 23 avril 1952.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 13, JUIN 1952, PAGE 373.

REVUE DES LIVRES

HAWARD (R. N.). **The strength of plastics and glass** (La résistance mécanique des matières plastiques et du verre) (1 vol. 22 × 14 cm, VIII + 245 pages. Cleaver-Hume Press Ltd, London, 1949, 30 s).

Cet Ouvrage est une tentative de mise au point des connaissances acquises sur les propriétés mécaniques des matières plastiques et du verre.

Dans ce but, l'auteur s'appuie sur ses travaux personnels et sur une abondante bibliographie, comprenant près de 370 références, qui s'étend jusqu'à l'année 1948. Regrettons toutefois que les travaux français, pourtant nombreux et intéressants dans ce domaine, soient complètement ignorés de l'auteur.

La résistance statique des matériaux étudiés fait l'objet de deux chapitres importants. L'écart entre la résistance mesurée et la résistance déduite des théories moléculaires dû aux défauts est mis en lumière.

Pour les matières plastiques, les effets de la structure et la longueur des chaînes moléculaires des plastifiants et de la température sont étudiés successivement.

Pour le verre, l'attention est attirée sur les effets des traitements de surface, de la forme, de la composition et de l'état de trempe.

Dans le chapitre consacré à la déformation sous charge du verre et des plastiques, l'influence de la température et du temps de changement sont indiqués, mais ces phénomènes très importants, tant du point de vue de l'utilisation que de la théorie, auraient demandé de plus amples développements.

Enfin, la dureté et la résistance aux chocs, ainsi que les méthodes d'essai correspondantes sont l'objet de deux chapitres très solides et très documentés.

A. MARTIN.

JESSOP (H. T.) et HARRIS (F. C.). **Photoelasticity. Principles and Methods** (Photoélasticité. Principes et méthodes) (1 vol. 14 × 25 cm, 184 pages, 164 figures, 5 tableaux, Cleaver-Hume Press Ltd, London, 1949, 28 s).

Ouvrage général qui donne encore en quatre chapitres de 60 pages un rappel de la théorie de l'élasticité et de l'Optique cristalline.

Un chapitre est consacré très utilement à l'étude des contraintes dans les problèmes à trois dimensions et leurs effets dans un modèle transparent.

Les appareillages et les matières premières utilisées en Angleterre (xylonite, cataline 800 C et CR 39, notamment) sont décrits.

Les exemples d'études de pièces par photoélasticimétrie comprennent quelques études originales : poutre en traction percée d'un trou carré, poutre en traction renflée avec trou circulaire, crochet de wagon, traitées de façon très complète.

Les laboratoires de Photoélasticimétrie trouveront dans ce petit livre des renseignements et des résultats de valeur sur les problèmes qui les préoccupent.

A. MARTIN.

BROCH (J.). **La machine à vapeur** (1 vol. 11 × 16 cm, 224 pages, 73 figures et graphiques, A. Colin, Paris, 1950, 80 f).

Étude thermodynamique des conditions de fonctionnement des machines utilisant la vapeur d'eau.

Après un rappel des notions fondamentales sur les transformations reversibles et irréversibles, l'Ouvrage contient l'étude thermodynamique de l'eau : équilibre liquide-vapeur, diagramme entropique et diagramme de Mollier et l'étude de la détente isentropique de la vapeur d'eau.

Les différents cycles que l'on peut utiliser : cycle de Rankine, cycles à surchauffes, cycles à soutirage sont exposés avec de nombreux graphiques et tableaux de rendement.

La dernière partie contient une étude théorique de l'écoulement permanent de la vapeur utile pour l'application aux mesures de débit et un chapitre sur le fonctionnement des turbines.

A. MARTIN.

Actes du Colloque international de Mécanique (Poitiers, 1950) (2 vol. 27 × 18 cm, Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air; 1er vol. (n° 248), 298 pages, 1800 f; 2e vol. (n° 250), 296 pages, 1800 f).

Le premier volume comprend les allocutions officielles, les études sur Descartes (de M. PAS, professeur à l'Université d'Amsterdam et de MM. GAUHIER et BOULIGAND, professeurs à la Sorbonne) et les études sur la Mécanique thermique. Ces dernières sont divisées en trois groupes, dont le premier concerne des problèmes d'énergie et de propulsion :

Appropriation des réactions à la propulsion des avions supersoniques, par MAURICE ROY;

Solution linéarisée du mouvement tourbillonnaire d'un fluide compressible dans une roue axiale, par RAYMOND SIESTRUNCK;

La structure de l'onde de choc, par JEAN-J. BERNARD;

Quelques problèmes d'aérodynamique supersonique dans les machines propulsives, par L. VIAUD;

Étude de l'hélice supersonique, par JEAN FABRI.

Le second groupe est consacré aux questions modernes de thermodynamique :

Effet des conditions d'admission et du taux de compression sur le fonctionnement d'un moteur à carburation préalable, par R. VICHNIEVSKY.

Interprétation de diagrammes relevés à différents taux de compression, par BERNARD SALÉ;

Thermodynamique et réalisation de l'équilibre interne dans des gaz à haute température, par N. MANSON;

Données thermodynamiques sur les gaz de combustion à haute température, par R. VICHNIEVSKY;

Quelques aspects de la physique des hautes pressions, par M. VODAR;

Sur le rôle de l'équation d'état et des coefficients calorimétriques dans l'étude de certains phénomènes d'aérodynamique, par H. CORDIER.

Le troisième groupe concerne les échanges thermiques :

Derniers résultats expérimentaux sur les échauffements aux grandes vitesses, obtenus dans la soufflerie de Bellevue, par MAX PLAN;

Méthodes d'étude de l'écoulement laminaire, par ROBERT LEGENDRE;

Mesures expérimentales sur les échangeurs de chaleur, par MM. SAIGNE et CORDIER;

Nouveaux types d'échangeurs et d'économiseurs de chaleur, par M. HUET;

Hyperconvection, par A. FAVRE;

L'évolution du problème du mouvement de la chaleur, par PIERRE VERNOTTE.

Le second volume consacré à l'étude sur la mécanique des fluides, comprend deux chapitres.

Le premier, comprend les exposés sur l'aérodynamique et la balistique :

Aérodynamique et balistique, par M. LAFARGUE;

Méthodes théoriques de la balistique, par P. CARRIÈRE;

Sur les méthodes expérimentales modernes de balistique extérieure en France, par H. MIRABEL;

Les mesures des courtes durées, par P. FAYOLLE;

Une méthode chromophotographique d'enregistrement des trajectoires d'engins rapides, à des distances pouvant atteindre quelques dizaines de kilomètres ,par A. SESTIER;

Étude du mouvement des projectiles par la photographie instantanée, par A. RATEAU;

La résistance de culot, par F. TESSON;

Le canon à tuyère, par M. TOUCHARD.

Quant au second et dernier chapitre, il réunit les études suivantes :

Hypersustentation d'une aile en flèche par contrôle de la couche limite utilisant le prélèvement d'air sur turboréacteur, par P. REBUFFET;

Sur le mécanisme et l'application du contrôle de la couche limite aux avions, par PH. POISSON-QUINTON;

Technique et résultats d'essais dans le domaine des vitesses transsoniques, par J.-P. CHEVALLIER;

Détermination de l'onde de choc attachée, lorsque la vitesse aval à la pointe est subsonique, par H. CABANNES;

Écoulements supersoniques infiniments voisins, par M. CARRIÈRE;

Hypothèses et méthodes générales de l'aérodynamique supersonique linéarisée, par P. GERMAIN;

La méthode des caractéristiques et le calcul de la couche limite laminaire en écoulement tridimensionnel, par R. TIMMAN;

Traînée de profil d'une aile d'envergure infinie en dérapage, par A. D. YOUNG et T. B. BOOTH;

L'émission d'ultrasons par les jets gazeux rapides, par R. KLING.

B. KWAL.

ALLARD (G.). **Éléments de thermodynamique chimique** (1 vol. 19 × 14 cm, 471 pages, Albin Michel, Paris, 1951, 1380 f).

La thermodynamique chimique est une de ces sciences-clefs, indispensables pour pouvoir pénétrer dans les nombreuses provinces de la physique, de la chimie et de la biologie. Le progrès de différentes techniques modernes est également solidaire du développement ou tout simplement d'une bonne utilisation de la thermodynamique chimique. C'est dire que des Ouvrages « à la page », comme l'est celui de M. Allard correspondent bien à un besoin réel.

Le niveau du livre est assez élémentaire et l'auteur suit les sentiers bien connus qui furent tracés, d'une part, par Gibbs, grâce à l'emploi des potentiels chimiques d'où dérivent la méthode des fugacités et des activités de G. N. Lewis, et d'autre part, par Helmholtz, van't Hoff et Nernst, qui ont surtout utilisé les grandeurs énergétiques comme les chaleurs de réaction et le travail maximum.

Mais les réactions chimiques sont des phénomènes essentiellement irréversibles : or, aussi paradoxal que cela puisse paraître, la thermodynamique des phénomènes irréversibles est presque inexistante, le second principe n'en permettant aucun traitement quantitatif. Depuis quelques temps une tentative se dessine en vue de pallier cette insuffisance de la théorie. Signalons tout particulièrement les travaux de l'école belge (de Donder, Prigogine) et de S. R. de Groot. On doit donc féliciter l'auteur d'avoir consacré un chapitre de son livre à la théorie de l'affinité de M. de Donder. Un bon tiers de l'Ouvrage est consacré à la Mécanique ondulatoire et statistique. Cette dernière est traitée du point de vue quantique. La théorie cinétique classique des gaz se trouve exposée succinctement dans un chapitre qui porte d'ailleurs un titre légèrement trompeur : « Thermodynamique et Atomistique » (qui pourrait faire accroire qu'on y traite de l'interprétation atomistique des principes de la théorie de la chaleur, ce qui n'est pas le cas).

Le livre est écrit de main de maître et les démonstrations sont présentées d'une manière claire et précise (mais j'ai des réserves à formuler quant à la rigueur du raisonnement qui se trouve au paragraphe 4 du chapitre I) et contient une foule de choses intéressantes, comme on peut s'en rendre compte en consultant la table des matières, reproduite ci-après.

facteur d'action. Lois des équilibres chimiques. Cas des systèmes idéaux. Activité. Activité d'un électrolyte. Fugacité. Généralités sur la mesure des coefficients d'activité. Pression osmotique. Tonométrie. Pression de vapeur du corps dissous. Coefficient de partage. Cryométrie. Relation de Gibbs-Duhem. Solubilités. Méthode des forces électromotrices. Pôles de concentration. Théorie de Nernst.)

VI. Déplacement de l'équilibre. (Inégalité fondamentale. Déplacement de l'équilibre par variation de pression. Déplacement de l'équilibre par variation de température. Cas des mélanges idéaux. Déplacement de l'équilibre par variation de concentration. Loi de modération.)

VIII. L'affinité chimique. (Historique de la notion d'affinité. Chaleur non compensée. Hypothèse de De Donder : L'affinité chimique. Expressions diverses de l'affinité. Valeurs moyennes de l'affinité. Cas de plusieurs réactions simultanées.)

VIII. Règle des phases. Diagrammes d'équilibre. (Variance d'un système. Règle de phases. Nombre de constituants indépendants. Précautions à prendre dans l'application de la règle des phases. Classification des systèmes. Systèmes univariants et systèmes indifférents. Distillation des mélanges binaires. Cas des solutions. Cas des substances isomorphes. Systèmes ternaires. Modes de représentation. Phénomènes de démixtion. Courbes de solubilité des mélanges de deux sels. Méthode des restes et méthode des ensembles. Systèmes quaternaires. Diagrammes carrés.)

IX. Le troisième principe de la Thermodynamique. (Origines du troisième principe. Première application. Réactions en phase gazeuse. Formules simplifiées. Forme donnée par Planck au troisième principe. Grandeurs de référence. Impossibilité d'atteindre le zéro absolu.)

X. Étude particulière de quelques équilibres. (Dissociation de l'acide iodhydrique. Dissociation du pentachlorure de phosphore. Dissociation du peroxyde d'azote. Dissociation du carbamate d'ammonium. Dissociation de la vapeur d'eau. Équilibres en solution.)

XI. Thermodynamique et Atomistique. (Théorie cinétique des gaz. Les coefficients du viriel. Chaleur spécifiques des gaz monoatomiques. Équipartition de l'énergie. Chaleurs spécifiques des solides. Loi de Dulong et Petit.)

XII. Notions de Mécanique Ondulatoire. (Première théorie de L. de Broglie. Diffraction des électrons. L'atome de Bohr et la Mécanique ondulatoire. L'équation de Schrödinger. signification probabiliste de la fonction d'onde. La particule libre. Le rotateur libre. L'oscillateur harmonique. L'oscillateur anharmonique. L'atome d'hydrogène. L'équation d'onde pour plusieurs particules. Les systèmes à énergie variable. Les multiplets et le spin de l'électron. Le principe d'exclusion. Le spin nucléaire et la structure hyperfine. Cas particulier du rotateur symétrique.)

XIII. Notions de Mécanique statistique. Les gaz parfaits. (Les bases de la Mécanique statistique. Détermination de l'état le plus probable. Évolution de l'état d'un gaz. Théorème H. Identification des grandeurs thermodynamiques. Calcul des sommes d'états. Les constantes chimiques. Somme d'états de rotation. Orthohydrogène et parahydrogène. Sommes d'états de vibration. Molécules polyatomiques. Calcul des équilibres en phase gazeuse.)

XIV. Propriétés thermiques des solides. (Application de la Mécanique statistique aux solides. La fonction d'Einstein. La fonction de Debye. Les températures très élevées. Effet Schottky.)

XV. Les électrolytes forts. (L'atmosphère ionique. Application des formules statistiques. Calcul des coefficients d'activité. Extension de la théorie.)

XVI. L'atome de Thomas-Fermi. (Idée générale de la théorie. L'équation fondamentale de la théorie. Application. Classification périodique.)

B. Kwal.

Schaeffer (C.). **Einführung in die Theoretische Physik-** (Introduction à la Physique théorique), vol. III, 2e partie : **Théorie des Quanta** (1 vol. 23 × 16 cm, VII + 510 pages, Walter De Gruyter et Co, Berlin, 1951, 40 D. M.).

Le dernier volume du traité de Physique théorique de M. Schaeffer a vu le jour en 1937 et la seconde édition en diffère très peu. Consacré à la théorie des quanta, cet Ouvrage se rapproche, quant à son esprit et à son contenu, du livre bien connu que M. Eugène Bloch consacra naguère à « l'Ancienne et la nouvelle théorie des Quanta ». Le volume se partage en deux parties, à peu près égales, dont la première est relative à la théorie ancienne de l'atome de Bohr, tandis que la seconde, est vouée à un exposé de la Mécanique ondulatoire.

On trouvera ainsi dans la première partie l'exposé de la conception semi-corpusculaire du rayonnement (les théories de Planck et d'Einstein), et la théorie du modèle atomique de Bohr et des spectres optiques et X, ainsi que la théorie du système périodique d'éléments chimique.

Dans la seconde partie, on trouvera un exposé des principes et des applications simples de la Mécanique ondulatoire, ainsi que l'étude de l'interprétation statistique de la nouvelle mécanique. Un chapitre est consacré à la théorie du rayonnement et l'Ouvrage se termine par une introduction à la généralisation relativiste, due à Dirac, de la Mécanique ondulatoire.

B. Kwal.

Bachelard (G.). **L'activité rationaliste de la Physique contemporaine** (1 vol. 23 × 14 cm, 223 pages, Presses universitaires de France, Paris, 1951, 500 f).

« Voici alors les thèmes centraux à propos desquels nous avons voulu essayer de donner des diagnostics philosophiques sur l'évolution de la physique contemporaine » :

Le premier chapitre est consacré aux récurrences historiques en se basant sur la dialectique onde-corpuscule dans son développement historique. L'auteur tend ensuite à montrer la complication progressive des images mécaniques qui, au départ étaient simples. Au chapitre III, nous trouvons de longues réflexions philosophiques sur la notion de corpuscule dans la Physique moderne et au chapitre suivant le rôle fondamental joué par la notion d'énergie dans la science contemporaine.

Comme « la découverte toute moderne de l'effet photo-électrique a déterminé une promotion de la physique du discontinu », l'auteur consacre un chapitre à l'étude de ce phénomène, ainsi qu'à la notion du photon qui s'en est dégagée. Suivent les chapitres consacrés à la notion de spin et à celle de magnéton et à celle des opérateurs. Les deux derniers chapitres s'occupent des intuitions de la Mécanique ondulatoire et de la dualité corpuscule et onde. L'Ouvrage se termine par un examen du déterminisme scientifique.

L'auteur caractérise la culture scientifique contemporaine comme étant « à la fois très fortement coordonnée et très précisément spécialisée » ou encore comme ayant « une énorme puissance d'intégration et une extrême liberté de variation ». A la suite de cela, « comme la pensée principielle comme l'activité expérimentale, la philosophie touchant l'activité scientifique doit être nuancée et, par conséquent, mobile ». La philosophie de M. Bachelard est, en effet, d'une mobilité et d'une fluidité extrêmes.

Pour le célèbre auteur de « *Psychanalyse du feu* » et de « *l'Eau et les rêves*, la pensée philosophique doit s'inspirer de l'instabilité de ces éléments. Aussi ne doit-on pas s'étonner de trouver au chapitre II, page 51, la profession de foi suivante :

« Cependant un philosophe qui veut suivre la pensée scientifique dans sa complexité actuelle ne peut se borner à juxtaposer les idées claires, à ajouter les vérités nouvellement acquises aux vérités qui passent pour le fond du savoir. Il se trouve devant une tâche de réorganisation totale en rapportant tout le savoir — l'ancien comme le nouveau — à un même système de critères. Il doit donc replacer les idées claires dans leur pénombre primitive et examiner attenti-

vement par quel processus de simplification on a pu définir des idées simples, des idées si ontologiquement simples qu'elles seraient les racines de toute relation. Tout doit être repris quand s'impose la considération de relations toutes nouvelles ».

Le physicien, habitué qu'il est au maniement des idées aux contours nets et précis, lors même qu'elles ne se laissent pas toujours exprimer clairement dans le langage quotidien, forgé pour d'autres fins que scientifiques, aura de la peine à se retrouver dans le flot d'images, brillantes mais floues et imprécises, dans lesquelles se complaît la pensée de l'auteur. De ce point de vue, M. Bachelard est bien un représentant typique de la littérature et de la philosophie contemporaines. (Cf. « *La France byzantine* », de Julien Benda).

Que dire, par exemple, des remarques suivantes de l'auteur au sujet de la théorie du neutrino (chapitre IV, p. 121) :

« Pour être complet, il faut noter aussi que le point précis d'inclusion de l'hypothèse du neutrino dans les diverses théories est différent suivant les théories. L'hypothèse proposée d'abord par Pauli sous la forme simple où nous l'avons présentée reçoit des nuances diverses dans diverses théories. Et c'est ainsi que Léon Brillouin dit qu'il ne faut pas confondre le neutrino de Fermi, celui de Louis de Broglie, celui de Kronig et Jordan. Si l'on pouvait donner toutes ses variétés à la science telle qu'elle se pense, telle qu'elle apparaît actuellement dans toutes ses suggestions de pensée et d'expériences, on s'étonnerait de l'énorme dépense de finesse de pensée. Les nuances philosophiques et les dialectiques fines se multiplient. Avec la science contemporaine, nous entrons dans le règne de la raison à la fois audacieuse et prudente, en pleine vie de l'esprit. »

Nous pensons qu'il en a toujours été ainsi et que l'histoire des sciences est là pour le témoigner. Que l'on songe à l'époque héroïque où se constituait la théorie de l'électron et qu'on se rappelle « l'énorme dépense de finesse et de pensée » qui fût faite à cette occasion par un J. J. Thomson, un Lorentz, un Langevin, un Abraham ou un Silberstein.

Aussi, contrairement aux idées maintes fois exprimées par M. Bachelard, croyons-nous à la pérennité de l'esprit scientifique tel qu'il se manifeste au cours d'ages et se trouve exprimé par les individus qui l'ont porté au plus haut degré, qu'ils se nomment Archimède, Léonard de Vinci, Galilée, Newton, Einstein ou L. de Broglie.

B. Kwal.

Sneddon (I. N.). **Fourier Transforms** (Transformées de Fourier) (1 vol. 23 × 16 cm, xii + 542 pages, Mc Graw-Hill Book Company Inc., New-York, Toronto, Londres, 1951, 80 s).

Le calcul opérationnel, inventé à la fin du siècle dernier par le physicien et ingénieur Oliver Heaviside, est devenu aujourd'hui un des outils mathématiques des plus puissants pour la résolution des problèmes aux limites de la Physique mathématique.

Les méthodes modernes selon lesquelles on justifie ce calcul, sont basées sur l'emploi systématiques des transformations intégrales, où la fonction à transformer, multipliée par une fonction caractérisant la transformation (le « noyau » de la transformation) figure sous le signe de l'intégrale. Lorsque la relation entre la fonction et sa transformée est symétrique et que l'inversion fait apparaître le même noyau, alors nous avons affaire aux noyaux de Fourier qui caractérisent aussi bien les transformées de Fourier, que celles de Mellin, de Laplace et de Hankel.

C'est aux transformées de ce type qu'est consacré l'Ouvrage de M. Sneddon, destiné avant tout aux physiciens, aux ingénieurs et aux usagers de toute sorte, ayant à utiliser (ou à apprendre d'utiliser) les méthodes opérationnelles.

La matière de l'Ouvrage a été professée par l'auteur à l'Université de Glasgow; par ailleurs, la majeure partie de problèmes auxquels sont consacrés les deux derniers chapitres (étude des tensions dans les corps élastiques) ont fait objet des recherches personnelles de l'auteur pendant la dernière guerre, lorsqu'il a travaillé sous la direction du professeur Mott.

Les trois premiers chapitres contiennent des connaissances mathématiques théoriques, qui sont ensuite utilisées dans le reste de l'Ouvrage.

I. Transformées de Fourier. (Transformées intégrales. Noyaux de Fourier. Théorème de Fourier. Transformée de Laplace. Fondements du calcul opérationnel. Transformée de Mellin. Transformées multiples de Fourier.)

II. Transformées de Hankel. (Théorème d'inversion de Hankel. Théorème de Parseval, relatif aux transformées de Hankel. Transformées de Hankel des dérivées d'une fonction. Relation entre les transformées de Hankel et les transformées de Fourier. Équations intégrales duales).

III. Transformées finies. (Transformées finies de Fourier et de Hankel.)

IV. La théorie des vibrations. (Oscillations électriques dans des circuits simples. Vibrations transversales d'une corde continue. Oscillations d'une chaîne pesante. Oscillations transversales d'un faisceau élastique. Vibrations transversales d'une membrane mince. Vibrations d'une plaque élastique. Vibrations élastiques des cylindres épais et des sphères).

V. La conduction de la chaleur dans les solides. (Théorie générale. Conduction de la chaleur en l'absence des sources. Problèmes aux limites à deux et à trois dimensions. Diffusion de la chaleur dans un milieu solide, générateur de la chaleur.)

VI. Le ralentissement des neutrons dans la matière. Équations fondamentales. Théorie de l'âge. Diffusion des neutrons thermiques avec des sources données par la théorie de l'âge. Solutions exactes des équations de transport.)

VII. Problèmes hydrodynamiques. (Équations hydrodynamiques. Flux irrotationnel d'un fluide parfait. Ondes de surface. Mouvement lent d'un fluide visqueux. Mouvement d'un fluide visqueux, contenu entre deux cylindres coaxiaux infinis. Mouvement d'un fluide visqueux au dessous d'une surface chargée. Analyse harmonique d'un écoulement visqueux non linéaire.)

VIII. Applications à la physique atomique et nucléaire. (Théorie des transformations radioactives. Attraction de Van der Waals entre les particules sphériques. Interaction du rayonnement avec un électron. Théorie des cascades du rayonnement cosmique. Distribution des moments dans les systèmes atomiques et moléculaires. Énergies de liaison des noyaux légers.)

IX. Systèmes élastiques à deux dimensions. (Équations du mouvement. Solide élastique infini avec des forces de volume. Application des pressions sur les surfaces des solides élastiques à deux dimensions. Distribution des tensions dues à une force à l'intérieur d'un milieu élastique semi-infini. Distribution des tensions au voisinage d'une fêlure de Griffith. Problèmes d'échancrures. Problèmes bi-dimensionnels en coordonnées polaires. Problèmes dynamiques.)

X. Distributions de tensions à symétrie axiale. (Équations d'équilibre). Tensions produites par des échancrures à la surface plane d'un milieu élastique semi-infini. Application de la pression aux faces d'une plaque épaisse. Distribution des tensions au voisinage d'une fêlure circulaire dans un corps élastique. Distribution des tensions dans un milieu élastique due à la torsion de la surface. Distribution des tensions dans un long cylindre circulaire lorsqu'une pression discontinue se trouve appliquée à la surface courbe.)

L'Ouvrage se termine par trois appendices, consacrés respectivement à la théorie des fonctions de Bessel, aux méthodes approximatives de calcul des transformées intégrales (méthode du col, calcul numérique des intégrales de Fourier) et aux tables de transformées de Fourier, Laplace, Mellin et Hankel.

B. Kwal.

Le Gérant : Maurice Blondin. 141176 Imp. Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins, Paris. — 1952.